



Nom et prénom :

Exercice 1.

Répondre aux questions suivantes avec rigueur :

1. Calculer l'intégrale : $I = \int_1^4 -x + 5 - \frac{4}{x} dx$

2. En utilisant l'intégration par parties, calculer l'intégrale : $J = \int_0^2 x e^{2x} dx$

**Exercice 2.**

Le plan est rapporté à un repère orthogonal.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 2x(1 - \ln x)$.

On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f .

1. a. Calculer les limites de la fonction f en $+\infty$

.....

.....

.....

.....

- b. Calculer les limites de la fonction f en 0, on pourra développer l'expression de f .

.....

.....

.....

.....

- c. Déterminer $f'(x)$ pour $x \in]0 ; +\infty[$ (où f' est la fonction dérivée de f).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- d. Étudier le signe de $f'(x)$ pour $x \in]0 ; +\infty[$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. Résoudre sur $]0 ; +\infty[$ l'équation $f(x) = 0$. En déduire que la courbe $\mathcal{C}$ admet un unique point d'intersection A avec l'axe des abscisses et donner les coordonnées du point A.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. a. Résoudre, par un calcul, l'inéquation $f(x) \geq 0$ dans l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}$?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



- b. Montrer que la fonction F définie sur $]0 ; +\infty[$ par $F(x) = x^2 \left(\frac{3}{2} - \ln x \right)$ est une primitive de f sur $]0 ; +\infty[$.

.....

.....

.....

.....

.....

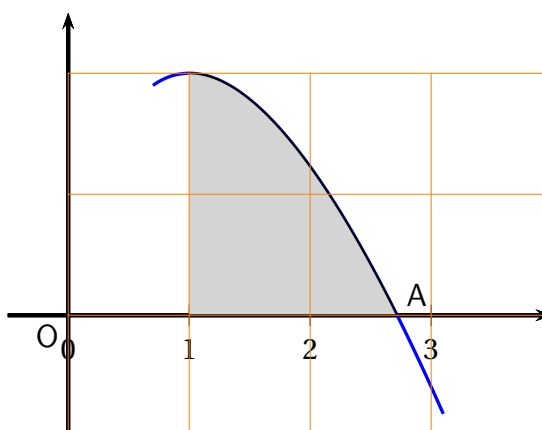
.....

.....

.....

.....

- c. On désigne par $\mathcal{D}$ le domaine délimité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.



Calculer en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire de $\mathcal{D}$ puis, en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....