



Calcul intégral

I Notions abordées

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue positive définie sur un segment $[a; b]$, comme aire sous la courbe représentative de f . Notation $\int_a^b f(x)dx$
- Théorème : si f est une fonction continue positive sur $[a; b]$, alors la fonction F_a définie sur $[a; b]$ par $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est la primitive de f qui s'annule en a
- Sous les hypothèses du théorème, relation $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ où F est une primitive quelconque de f . Notation $[F(x)]_a^b$
- Théorème : toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives.
- Définition par les primitives $\int_a^b f(x)dx$ lorsque f est une fonction continue de signe quelconque sur un intervalle contenant a et b
- Linéarité, positivité et intégration des inégalités. Relation de Chasles.
- Valeur moyenne d'une fonction
- Intégration par parties
- Calculer l'aire entre deux courbes
- Étudier une suite d'intégrales, vérifiant éventuellement une relation de récurrence

Démonstrations à savoir :

- Pour une fonction positive croissante f sur $[a, b]$, la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est une primitive de f . Pour toute primitive F de f , relation $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
- Intégration par parties

Exemple d'algorithme :

- Méthodes des rectangles, des milieux, des trapèzes
- Méthode de Monte-Carlo
- Algorithme de Brouncker pour le calcul de $\ln(2)$



II Méthodes à travailler

- Méthode 1, page 243 : Déterminer une intégrale par calcul d'aire
- Méthode 2, page 243 : Estimer une intégrale par méthode des rectangles
- Méthode 3, page 245 : Calculer des intégrales à l'aide d'une primitive
- Méthode 4, page 245 : Calculer une intégrale avec une intégration par parties
- Méthode 5, page 247 : Utiliser la linéarité de l'intégrale
- Méthode 6, page 247 : Majorer (ou minorer) une intégrale
- Méthode 7, page 249 : Calcul d'aire à l'aide d'une intégrale
- Méthode 8, page 248 : Calculer une aire entre deux courbes
- Méthode 9, page 250 : Etudier une suites d'intégrales
- Méthode 10, page 251 : Interpréter une intégrale



III Parcours d'exercices et de problèmes - page 239 à 273

<u>Série 1 – Point de vue graphique</u>	
Applications	38 ; 39 ; 40 ; 41
<u>Série 2 – Avec des primitives</u>	
Applications	43 ; 44 ; 46 ; 47(a) ; 48 ; 49(a,b) ; 50 ; 52
Divers	85 ; 86 ; 88 ; 90
<u>Série 3 – Intégration par parties</u>	
Applications	53 ; 54 ; 55(a) ; 59 ; 92 ; 94 ; 95 ; 96
<u>Série 4 – Calcul d'aires</u>	
Applications	75 ; 76 ; 78(a,d) ; 79 ; 80 ; 81 ; 82
Divers	102 ; 104 ; 106 ; 107
<u>Série 5 – Propriétés des intégrales</u>	
Applications	61 ; 65 ; 66 ; 68 ; 70
Divers	108 ; 112 ; 113 ; 116
<u>Série 6 – Problèmes</u>	
Valeur moyenne	71 ; 72 ; 74
Avec des suites	115 ; 119 ; 120 ; 121 ; 122 ; 130 ; 131
Interprétation	123 ; 124 ; 125 ; 126 ; 129 ; 141 ; 142 ; 144
<u>Série 7 – Approfondissement</u>	
Dérivée d'une fonction intégrale	147 ; 148
Avec des suites	150 ; 152
MPSI	157 ; 158 ; 159 ; 162 ; 164
En lien avec les Sciences Politiques	167
<u>Série 8 – TP</u>	
Méthode numériques de calcul intégral	
Méthode de Monte-Carlo	
Quadrature de la parabole par la méthode d'Archimède	
Calculer une surface	

IV Pistes pour le Grand Oral

- Détermination de la moyenne d'une fonction sur un intervalle : bénéfice ou coût moyen
- Etude d'une fonction définie par une intégrale
- Etude de suites définies par des intégrales
- Algorithme de Brouncker pour le calcul de $\ln(2)$