



Nom et prénom :

Exercice 1. ABCDEFGH est un cube d'arête égale à 1.

L'espace est muni du repère orthonormé $(D ; \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DH})$.

Dans ce repère, on a :

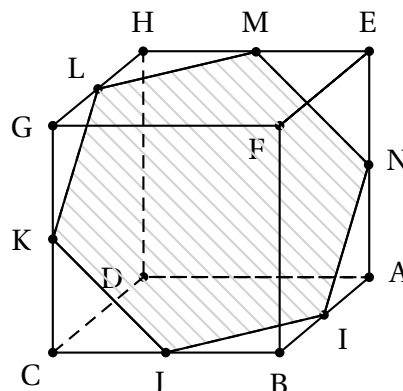
$D(0 ; 0 ; 0)$, $C(1 ; 0 ; 0)$, $A(0 ; 1 ; 0)$,

$H(0 ; 0 ; 1)$ et $E(0 ; 1 ; 1)$.

Soit I le milieu de [AB].

Soit $\mathcal{P}$ le plan parallèle au plan (BGE) et passant par le point I.

On admet que la section du cube par le plan $\mathcal{P}$ représentée ci-dessus est un hexagone dont les sommets I, J, K, L, M, et N appartiennent respectivement aux arêtes [AB], [BC], [CG], [GH], [HE] et [AE].



1. **a.** Montrer que le vecteur $\overrightarrow{DF}$ est normal au plan (BGE).
 b. En déduire une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$.
2. Montrer que le point N est le milieu du segment [AE].
3. **a.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite (HB).
 b. En déduire que la droite (HB) et le plan $\mathcal{P}$ sont sécants en un point T dont on précisera les coordonnées.
4. Calculer, en unités de volume, le volume du tétraèdre FBGE.



Exercice 2. Les quatre questions sont indépendantes.

Pour chaque question, une affirmation est proposée. Indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère

- les points A (12 ; 0 ; 0), B (0 ; -15 ; 0), C (0 ; 0 ; 20), D (2 ; 7 ; -6), E (7 ; 3 ; -3) ;
- le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne : $2x + y - 2z - 5 = 0$

Affirmation 1 : Une équation cartésienne du plan parallèle à $\mathcal{P}$ et passant par le point A est : $2x + y + 2z - 24 = 0$

Affirmation 2 : Une représentation paramétrique de la droite (AC) est :
$$\begin{cases} x = 9 - 3t \\ y = 0 \\ z = 5 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Affirmation 3 : La droite (DE) et le plan $\mathcal{P}$ ont au moins un point commun.

Affirmation 4 : La droite (DE) est orthogonale au plan (ABC).