

Produit scalaire et plans de l'espace

I Notions abordées

- Produit scalaire de deux vecteurs de lespace.
- Bilinéarité, symétrie.
- Orthogonalité de deux vecteurs. Caractérisation par le produit scalaire.
- Base orthonormée, repère orthonormé. Coordonnées dun vecteur dans une base orthonormée.
- Expressions du produit scalaire et de la norme.
- Expression de la distance entre deux points.
- Développement de $\|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\|^2$, formules de polarisation.
- Orthogonalité de deux droites, dun plan et dune droite.
- Vecteur normal à un plan. Étant donnés un point A et un vecteur non nul \vec{n} , plan passant par A et normal à \vec{n} .
- Projeté orthogonal dun point sur une droite, sur un plan. Utiliser la projection orthogonale pour déterminer la distance dun point à une droite ou à un plan.
- Équation cartésienne dun plan. Déterminer léquation cartésienne dun plan dont on connait un vecteur normal et un point.
- Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal dun point sur un plan donné par une équation cartésienne, ou sur une droite donnée par un point et un vecteur directeur.

Démonstration à savoir :

• Le projeté orthogonal dun point M sur un plan \mathscr{P} est le point de \mathscr{P} le plus proche de M.

II Méthodes à travailler

- Méthode 1, page 311 : Calculer un produit scalaire
- Méthode 2, page 311 : Utiliser le produit scalaire pour calculer un angle ou une longueur
- Méthode 3, page 313 : Déterminer une équation cartésienne de plan
- Méthode 4, page 313 : Déterminer la distance entre un point et son projeté orthogonal sur un plan
- Méthode 5, page 314 : Résoudre des problèmes de grandeurs et de mesures dans l'espace
- Méthode 6, page 315 : Déterminer l'intersection de droites et de plans
- Méthode 7, page 315 : Etudier des problèmes de position relative dans l'espace



III Parcours d'exercices et de problèmes - page 307 à 333

| Série 1 – Exercices d'application | |
|--------------------------------------|---|
| Produit scalaire | 22; 23(a,b); 24(a); 25; 29 30; 31; 32; 33; |
| | 34; 35 |
| Equation cartésienne d'un plan | $\boxed{37}$; $\boxed{38(a)}$; $\boxed{39}$; $\boxed{40(a)}$; $\boxed{41}$; $\boxed{42}$ |
| Distance | 44; 46(a); 48 |
| Grandeurs et mesures | 49; 50; 51 |
| Intersection droites et plans | 52; 53(a,b); 56(a,b); 59; 58; 59 |
| Positions relatives | 61; 62; 63 |
| Série 2 – Problèmes | |
| Plans | 66; 68; 70 |
| Intersection | 71; 72; 73 |
| Projetés orthogonaux | 74; 75; 76; 82 |
| Mixte | 78; 79; 81 |
| Série 3 – Approfondissement | |
| Distance | 99; 102 |
| Position relative | 100; 103 |
| Plan médiateur | 105 |
| Mixte méthode | 109; 110 |
| Divers MPSI et PCSI | 111; 112; 113 |
| Section | 115; 116 |
| Série 4 – TP | |
| Etudier la position relative de deux | |
| plans | |
| Autour de la sphère | |
| Sphère circonscrite à un tétraèedre | |
| Fonction scalaire de Leibniz | |

IV Pistes pour le Grand Oral

- Intersections de droites et plans avec une sphère
- Molécule du méthane
- Sphère circonscrite à un tétraèdre