



Méthode : La coplanarité de points en utilisant leurs coordonnées

Il s'agit de démontrer que trois vecteurs sont coplanaires en écrivant l'un des vecteurs en fonction des deux autres.

Exercice

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, démontrer que les points $A(1;2;0)$, $B(-1;1;1)$, $C(1;4;1)$ et $D(3;-1;-3)$ sont coplanaires.

Correction

$$\text{On a } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

De plus $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires, car leurs coordonnées ne sont pas proportionnelles.

$$\text{Alors } \overrightarrow{AD} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = -2\alpha \\ -3 = -\alpha + 2\beta \\ -3 = \alpha + \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = -2 \end{cases}.$$

Le système ayant un unique couple solution, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires

Donc **les points A, B, C et D sont coplanaires.**