



Méthode : Probabilités conditionnelles

Utiliser la formule des probabilités totales

Formule des probabilités totales

Soient $A_1, A_2, \dots, A_n$ des événements non-vides formant une partition de l'univers Ω .

Pour tout événement B , on a $P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B)$.

Ainsi $P(B) = P(A_1) \times P_{A_1}(B) + P(A_2) \times P_{A_2}(B) + \dots + P(A_n) \times P_{A_n}(B)$.

Exercice d'application

Patrick pratique la course à pied plusieurs fois par semaine. Il a trois parcours différents, notés A, B et C et deux types de séances d'entraînement : Endurance, notée E et Vitesse, notée V.

Chaque fois que Patrick va courir, il choisit un parcours (A, B ou C), puis un type d'entraînement (E ou V).

Si A et B désignent deux événements d'une même expérience aléatoire, alors on notera $\bar{A}$ l'événement contraire de A, $p(A)$ la probabilité de l'événement A, et $p_A(B)$ la probabilité de l'événement B sachant que A est réalisé, avec $p(A) \neq 0$.

Patrick va courir aujourd'hui. On considère les événements suivants :

- A : « Patrick choisit le parcours A »
- B : « Patrick choisit le parcours B »
- C : « Patrick choisit le parcours C »
- E : « Patrick fait une séance d'endurance »
- V : « Patrick fait une séance de vitesse »

On sait que :

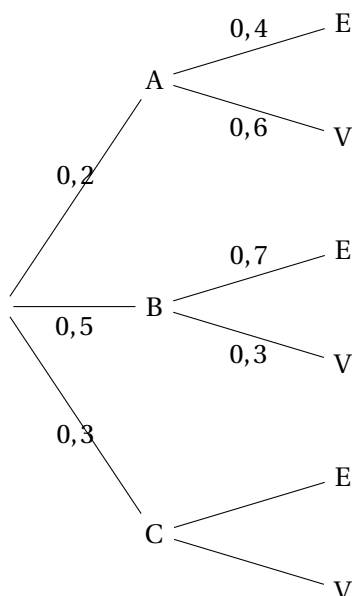
- Patrick choisit le parcours A dans 20 % des cas et le parcours B dans 50 % des cas ;
- si Patrick choisit le parcours A, alors il fait une séance d'endurance dans 40 % des cas ;
- si Patrick choisit le parcours B, alors il fait une séance d'endurance dans 70 % des cas.

1. Faire un arbre de probabilité décrivant la situation ci-dessus.
2. (a) Donner la valeur de $p_A(E)$.
(b) Calculer $p_B(V)$.
3. Déterminer la probabilité que Patrick choisisse le parcours C.
4. Déterminer la probabilité que Patrick choisisse le parcours A et une séance de vitesse.
5. On sait que $p(E) = 0,7$. Montrer que : $p(E \cap C) = 0,27$.
6. On sait que Patrick a choisi le parcours C. Quelle est la probabilité qu'il fasse une séance d'endurance ?



Correction

1. L'arbre de probabilité décrivant la situation :



2. (a) On sait que si Patrick choisit le parcours A, alors il fait une séance d'endurance dans 40 % des cas)

Donc $p_A(E) = 0,4$

- (b) On sait que $p_B(E) = 0,7$ et E et V forme une partition

D'où $p_B(V) = 1 - p_B(E) = 1 - 0,7 = 0,3$

Donc $p_B(V) = 0,3$

3. On sait que A, B et C forment une partition

D'où $p(C) = 1 - p(A) - p(B) = 1 - 0,2 - 0,5 = 0,3$

Donc la probabilité que Patrick choisisse le parcours C est de 0,3

4. Comme on cherche la probabilité que Patrick choisisse le parcours A et une séance de vitesse, il faut calculer $p(A \cap V)$

D'où $p(A \cap V) = p(A) \times p_A(V) = 0,2 \times 0,6 = 0,12$

Donc $p(A \cap V) = 0,12$

5. On sait que A, B et C forment une partition

D'après la formule des probabilités totales on a :

$$p(E) = p(A \cap E) + p(B \cap E) + p(C \cap E)$$

$$p(C \cap E) = p(E) - p(A \cap E) - p(B \cap E) = 0,7 - 0,2 \times 0,4 - 0,5 \times 0,7 = 0,7 - 0,08 - 0,35 = 0,27.$$

Donc $p(E \cap C) = 0,27$

6. Il faut trouver $p_C(E) = \frac{p(C \cap E)}{p(C)} = \frac{0,27}{0,3} = 0,9$.

Donc sachant que Patrick a choisi le parcours C, la probabilité qu'il fasse une séance d'endurance est de 0,9