Nom et prénom : ....

Exercice 1. D'un jeu de 52 cartes, on tire deux cartes simultanément (sans remise). De combien de manières différentes est-ce possible ?

Correction

Dans ce tirage, on ne tient pas compte de l'ordre et il n'y a pas de remise.

On utilise donc la combinaison de 2 cartes parmi 32 : $C_{52}^{2} = \binom{52}{2} = \dfrac{52!}{(52-2)! \times 2!} = \dfrac{52 \times 51}{2 \times 1} = 1326$

Ou

On applique le principe du dénombrement aux deux expériences ce qui donne $52 \times 51 = 2652$.

Ensuite il s'agit de diviser ce résultat par deux car l'ordre dans lequel apparaissent les cartes ne nous intéresse pas, on obtient 1326.

Donc il existe 1326 possibilités de tirer 2 cartes dans un jeu de 32 cartes.

Exercice 2. Pour rappel, le plus petit nombre entier de 6 chiffres est 100 000 et le plus grand nombre entier de 6 chiffres est 999 999.

Combien de nombres différents de 6 chiffres existe-t-il

a) s'il n'y a aucune restriction ?

Correction

Dans ce tirage, on obtient une suite ordonnée avec remise,

on obtient $9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 900\,000$.

Donc il y a 900000 nombres à 6 chiffres

b) Si les nombres doivent être divisibles par 5 ?

Correction

Le nombre se termine soit par 0 soit par 5, donc on applique également le principe du dénombrement et on obtient $9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 2 = 180\,000$.

Donc il y a 180000 nombres à 6 chiffres divisible par 5

c) si les répétitions de chiffres sont exclues ?

Correction

Dans ce tirage, on obtient une suite ordonnée sans remise car chaque chiffre choisi ne peut plus être utilisé à nouveau.

D'où on obtient $9 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 136\,080$,

Donc il y a 136080 nombres à 6 chiffres sans répétition

Exercice 3. La façade d'une maison compte 8 fenêtres, ces fenêtres peuvent être soit ouvertes soit fermées.

a) De combien de manières différentes peut se présenter cette façade ?

Correction

Chaque fenêtre a deux configurations possibles, ouverte ou fermée,

ce qui fait $2^8 = 256$ configurations.

Il y a 256 manières différentes peut se présenter cette façade.

b) Qu'en est-il si la première fenêtre est toujours ouverte et la 6e toujours fermée ?

Correction

On peut considérer que l'on a $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 2 \times 2 = 2^6 = 64$

Donc il y a 64 configurations possibles.

Exercice 4. Une boîte contient 12 boules : 3 rouges, 4 bleus et 5 jaunes. On tire simultanément 3 boules. Combien de combinaisons différentes existe-t-il si on désire avoir une boule de chaque couleur ?

Correction

Dans ce cas l'ordre ne nous intéresse pas, il y a 3 possibilités d'avoir une rouge, 4 possibilités d'avoir une bleue et 5 possibilités d'avoir une jaune ce qui se traduit par

$$\binom{3}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{5}{1} = 60$$

Donc il y a 60 tirages possibles.

Nom et prénom : ....

Exercice 5. D'un jeu de 52 cartes, on tire trois cartes simultanément (sans remise). De combien de manières différentes est-ce possible ?

Correction

Dans ce tirage, on ne tient pas compte de l'ordre et il n'y a pas de remise.
On utilise donc la combinaison de 3 cartes parmi 32 : $C_{52}^{3} = \binom{52}{3} = \frac{52!}{(52-3)! \times 3!} = \frac{52 \times 51 \times 50}{3 \times 2 \times 1} = 22100$

$\boxed{\text{Donc il existe 1326 possibilités de tirer 2 cartes dans un jeu de 32 cartes.}}$

Exercice 6. Pour rappel, le plus petit nombre entier de 5 chiffres est 10 000 et le plus grand nombre entier de 5 chiffres est 99 999.

Combien de nombres différents de 5 chiffres existe-t-il

a) s'il n'y a aucune restriction ?

Correction

Dans ce tirage, on obtient une suite ordonnée avec remise,
on obtient $9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 90\,000$.

$\boxed{\text{Donc il y a 90000 nombres à 6 chiffres}}$

b) Si les nombres doivent être divisibles par 5 ?

Correction

Le nombre se termine soit par 0 soit par 5, donc on applique également le principe du dénombrement et on obtient $9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 2 = 18\,000$.

$\boxed{\text{Donc il y a 18000 nombres à 6 chiffres divisible par 5}}$

c) si les répétitions de chiffres sont exclues ?

Correction

Dans ce tirage, on obtient une suite ordonnée sans remise car chaque chiffre choisi ne peut plus être utilisé à nouveau.

D'où $9 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 27\,216$,

$\boxed{\text{Donc il y a 27216 nombres à 6 chiffres sans répétition}}$

Exercice 7. La façade d'une maison compte 8 fenêtres, ces fenêtres ont deux battants qui peuvent être soit ouverts soit fermés.

a) De combien de manières différentes peut se présenter cette façade ?

Correction

Chaque fenêtre a quatre configurations possibles, ouverte ou fermée,
ce qui fait $4^8 = 65536$ configurations.

$\boxed{\text{Donc il y a 65536 manières différentes peut se présenter cette façade.}}$

b) Qu'en est-il si la première fenêtre est toujours ouverte et la 6e toujours fermée (fenêtres complètes, on n'oublie les battants).

Correction

On peut considérer que l'on aura $1 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 1 \times 4 \times 1 = 4^6 = 4096$

$\boxed{\text{Donc il y a 4096 configurations possibles.}}$

Exercice 8. Une boîte contient 14 boules : 5 rouges, 4 bleus et 5 jaunes. On tire simultanément 3 boules. Combien de combinaisons différentes existe-t-il si on désire avoir une boule de chaque couleur ?

Correction

Dans ce cas l'ordre ne nous intéresse pas, il y a 5 possibilités d'avoir une rouge, 4 possibilités d'avoir une bleue et 5 possibilités d'avoir une jaune ce qui se traduit par

$$\binom{5}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{5}{1} = 100$$

$\boxed{\text{Donc il y a 100 tirages possibles.}}$