



Nom et prénom :

Exercice 1. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 2 - \frac{2}{n}$ pour $n \in \mathbb{N}^*$

1. Etudier les variations de la suite (u_n)

Correction

$$\text{Pour } n \in \mathbb{N}^* \quad u_{n+1} - u_n = 2 - \frac{2}{n+1} - \left(2 - \frac{2}{n}\right)$$

$$u_{n+1} - u_n = 2 - \frac{2}{n+1} - 2 + \frac{2}{n}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{2}{n} - \frac{2}{n+1}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{2(n+1) - 2n}{n(n+1)}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{2n+1-2n}{n(n+1)}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{2}{n(n+1)}$$

Comme $2 > 0$, $n > 0$ et $n+1 > 0$, alors $\frac{2}{n(n+1)} > 0$

D'où $u_{n+1} - u_n > 0$

Donc la suite (u_n) est croissante.

2. Montrer que $u_n < 2$ pour tout entier naturel n non nul

Correction

On sait que pour tout n appartenant à $\mathbb{N}$, $n > 0$

Alors $\frac{1}{n} > 0$ et $-\frac{1}{n} < 0$

D'où $2 - \frac{1}{n} < 2$

Donc pour tout entier naturel n , $u_n < 2$

3. Montrer que (u_n) converge

Correction

D'après les question 1 et 2, on sait que la suite (u_n) est croissante et majorée par 2

En utilisant le théorème de convergence, on obtient que la suite (u_n) converge.

Exercice 2. ee