



CHAP 3 – DENOMBREMENT (SERIE 4)

112. Digicode

1. Il y en a 3×9^3 .
2. Il y en a 3×8^3 .
3. Il y en a $3 \times 9^3 - 3 \times 8^3$.
4. Il y en a $3 \times 9 \times 8 \times 7$.
5. Il y en a $3 \times 9^3 - 3 \times 9 \times 8 \times 7$.

113. Variations autour de crayons

1. Elle en a $5 \times 4 \times 3$.
2. Elle en a $3 !$.
3. Il y en a $\binom{5}{3}$.

114. Au tarot

a) Il y en a $\binom{21}{5} - \binom{17}{5}$

Réfléchir tous sauf aucun multiple de 5

multiple de 5 : 5 , 10 , 15 et 20 soit 4 multiples de 5

donc 17 atouts non multiples de 5 et de 3

b) Il y en a $\binom{1}{1} \times \binom{10}{4} + \binom{3}{1} \times \binom{6}{1} \times \binom{10}{3}$

Réfléchir tous sauf aucun multiple de 5

multiple de 5 : 5 , 10 , 15 et 20 soit 4 multiples de 5

multiple de 3 : 3 , 6 , 9 , 12 , 15 , 18 , 21

Donc • soit on tire le 15 dans ce cas 4 choix parmi les 10 non multiples de 5 et 3

• soit on ne tire pas le 15, alors il reste à choisir un multiple de 5 (différent de 15) , un multiple de 3 (différents de 3) et trois autres atouts

c) Il y en a $\binom{1}{1} \times \binom{19}{4} + \binom{1}{1} \times \binom{19}{4} = 2 \times \binom{19}{4}$

Réfléchir :

• soit on tire le 1 dans ce cas 4 choix parmi les 19 atouts (sauf 21)

• soit on tire le 21 dans ce cas 4 choix parmi les 19 atouts (sauf 1)

115. En colonie

1. Il y en a $\binom{5}{2} \times \binom{55}{10}$.

Réfléchir : 2 moniteurs parmi les 5 et 10 jeunes parmi les 5

2. Il y en a $\binom{1}{1} \times \binom{5}{1} \times \binom{55}{10} = 1 \times 4 \times \binom{55}{10}$.

3. Il y en a $\binom{2}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{55}{10}$.

Réfléchir : faire de deux groupes de moniteurs : un groupe avec deux et un groupe de 3

**116. Podium**

1. Il y en a $8 \times 7 \times 6 = 336$.

2. Il y en a $3 \times 2 \times 1 = 6$.

3. Il y en a $336 - 5 \times 4 \times 3$.

4. Il y en a $\boxed{3} \times \boxed{2} \times 5 + \boxed{3} \times 5 \times \boxed{2} + 5 \times \boxed{3} \times \boxed{2} = 90$

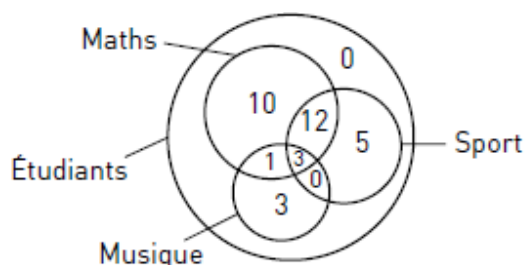
117. Droites

Le nombre de points est $\frac{n(n-1)}{2}$.

*Réflexion :**On applique le principe du dénombrement aux deux expériences ce qui donne $n \times (n-1)$* *Ensuite il s'agit de diviser ce résultat par deux car l'ordre dans lequel apparaissent les cartes ne nous intéresse pas, on obtient $\frac{n \times (n-1)}{2}$* **119. À la poste**

On peut faire les choix suivants : $1*2\text{€}$ et $2*0,2\text{€}$ ou $1*2\text{€}$ et $4*0,1\text{€}$ ou $2*1\text{€}$ et $2*0,2\text{€}$
 ou $2*1\text{€}$ et $4*0,1\text{€}$ ou $2*1\text{€}$ et $5*0,2\text{€}$ et $4*0,1\text{€}$

Le nombre de combinaisons est : $\binom{1}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{1}{1} \times \binom{4}{4} + \binom{2}{2} \times \binom{5}{2} + \binom{2}{2} \times \binom{4}{4} + \binom{2}{1} \times \binom{5}{5} \times \binom{4}{4}$

120. Maths et musique

Il y en a 3.

121. Sélectionneur

Il peut former $\binom{3}{1} \times \binom{17}{10}$ équipes.

122. Proverbe ?

On peut en former 6 !.

123. Gouvernement et sport

1. On peut en composer $\binom{23}{11}$.

2. On peut en composer $\frac{23!}{13!}$.

3. On peut en former 9×14 .

Réflexion : 9 femmes donc 14 hommes – double mixte F et H

**124. Second degré**

a) $\frac{n(n-1)}{2} = 36 \Leftrightarrow n^2 - n - 72 = 0$ donc $n = 9$

b) $\frac{3n(n-1)(n-2)(n-3)}{24} = \frac{14n(n-1)}{2} \Leftrightarrow n(n-1)(n^2 - 5n - 50) = 0$ donc $n = 10$.

125. Lecture

Le nombre de façons est $16! \times 4!$.

Réflexion : 4 livres avec un A donc 16 sans A

126. Anagrammes

a) Il y en a $\frac{5!}{2}$.

b) Il y en a $\frac{8!}{3}$.

c) Il y en a $\frac{8!}{2 \times 2}$

127. Au restaurant

Il y a $\binom{7}{3}$ répartitions possibles.

128. Au bridge

Elle peut terminer de $4^3 \times 4^2 \times 4 \times 4^2$ façons.

Réflexion : pique (3 cartes), cœur (2 cartes), carreau (1 carte), trèfle (2 cartes)

129. Dans le TGV

1. Il y en a 5^{23} .

Réflexion : chaque voyageur peut prendre une des cinq voitures

2. Il y en a 7×4^{28} .

130. Dans une entreprise

1. Il y en a $\frac{p(p-1)}{2}$.

Réflexion : histoire des poignées de mains...

(pas ordre donc on divise par 2)

2. Il y en a $\frac{q(q-1)}{2}$.

3. Il y en a pq .

4. La somme de tous les saluts est la somme des trois questions précédentes d'une part et d'autre part il y a $p+q$

employés donc $\frac{(p+q)(p+q-1)}{2}$ saluts.

5. On calcule :

$$\text{d'une part : } \binom{p}{2} + pq + \binom{q}{2} = \frac{p(p-1)}{2} + pq + \frac{q(q-1)}{2} = \frac{p^2 - p + 2pq + q^2 - q}{2}$$

$$\text{d'autre part : } \binom{p+q}{2} = \frac{(p+q)(p+q-1)}{2} = \frac{p^2 - p + 2pq + q^2 - q}{2}.$$