



Dénombrement

I Notions abordées

- Principe additif : nombre d'éléments d'une réunion d'ensembles deux à deux disjoints.
- Principe multiplicatif : nombre d'éléments d'un produit cartésien. Nombre de k -uplets (ou k -listes) d'un ensemble à k éléments.
- Nombre des parties d'un ensemble à k éléments.
Lien avec les k -uplets de $\{0,1\}$, les mots de longueur k sur un alphabet à deux éléments, les chemins dans un arbre, les issues dans une succession de k épreuves de Bernoulli.
- Nombre des k -uplets d'éléments distincts d'un ensemble à k éléments. Définition de $k!$. Nombre de permutations d'un ensemble fini à k éléments.
- Combinaisons de k éléments d'un ensemble à k éléments : parties à k éléments de l'ensemble.
Représentation en termes de mots ou de chemins.
- Pour $0 \leq k \leq n$, formules :
$$\binom{n}{k} = \frac{(n-1) \cdots (n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Explicitation pour $k = 0, 1, 2$; Symétrie; Relation et triangle de Pascal

Démonstrations à savoir :

- Démonstration par dénombrement de la relation :
$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$
- Démonstrations de la relation de Pascal (par le calcul, par une méthode combinatoire)

Exemples d'algorithme :

- Pour un entier n donné, génération de la liste des coefficients $\binom{n}{k}$ à l'aide de la relation de Pascal.
- Génération des permutations d'un ensemble fini, ou tirage aléatoire d'une permutation.
- Génération des parties à 2, 3 éléments d'un ensemble fini.

II Méthodes à travailler

- Méthode 1, page 339 : Déterminer des ensembles
- Méthode 2, page 339 : Utiliser un diagramme pour déterminer une partie d'un ensemble
- Méthode 3, page 341 : Dénombrer des ensembles simples
- Méthode 4, page 341 : Utiliser le principe multiplicatif
- Méthode 5, page 343 : Dénombrer des combinaisons



- Méthode 6, page 343 : Utiliser des combinaisons
- Méthode 7, page 344 : Utiliser une représentation adaptée
- Méthode 8, page 345 : Dénombrer dans différents cas

III Parcours d'exercices et de problèmes - page 335 à 361

<u>Série 1 – Mise en route</u>	
Déterminer des ensembles	27 ; 28
Utiliser un diagramme	30 ; 31 ; 32
Représentations	50
<u>Série 2 – Dénombrement</u>	
Tirages avec remise	34 ; 35 ; 36 ; 37
Tirages successifs sans remise	39 ; 40 ; 41 ; 42 ; 44 ; 45
Représentations	65 ; 66 ; 67 ; 69
Problèmes	72 ; 86 ; 87 ; 88 ; 89 ; 92
Algorithmes	81 ; 82 <i>Utilisation des listes</i>
<u>Série 3 – Combinaison</u>	
Mise en route	20 ; 22
Exercices d'applications	54 ; 55 ; 56 ; 57 ; 58 ; 60
Problèmes divers	62 ; 63 ; 64 ; 69 ; 70 ; 71 ; 73 ; 75 ; 76
<u>Série 4 – Problèmes et approfondissement</u>	
Problème	112 ; 113 ; 114 ; 115 ; 116 ; 117 ; 119 ; 120 ; 121 ; 123 ; 124 ; 125 ; 128 ; 129 ; 130
<u>Série 5 – Coefficients binomiaux</u>	
Mise en route	20
Démonstrations	77 ; 78 ; 79 ; 80 ; 131 ; 133 ; 134

IV Pistes pour le Grand Oral

- Les problèmes de tirages
- Etude de situations modélisées par des combinaisons avec répétitions
- Autour de la formule du binôme
- Dénombrement et jeux contemporains
- Preuve irréfutable à l'aide de la molécule d'ADN