Exercices probabilité conditionnelle

Durée : 2 heures

Nom : .... Prénom : ....

TOTAL sur 20	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4	Exercice 5
	/ 6	/5	/ 5	/ 3	/3

Exercice 1. 4 points

Un centre de loisirs destiné aux jeunes de 11 ans à 18 ans compte 60 % de collégiens et le reste de lycéens.
Le directeur a effectué une étude statistique sur la possession de téléphones portables.
Cette étude a montré que :

- 70 % des collègiens possèdent un téléphone portable
- 95 % des lycéns possèdent un téléphone portable

On choisit au hasard un jeune du centre de loisirs et on s'intéresse aux évènements suivants :

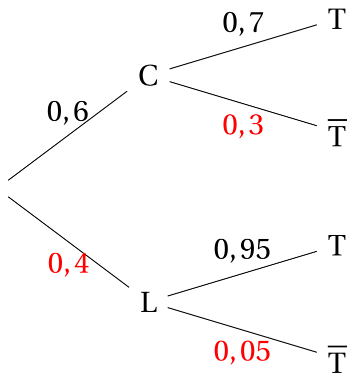
- C : « le jeune choisi est un collégien » ;
- L : « le jeune choisi est un lycéen » ;
- T : « le jeune choisi possède un téléphone portable ».

Rappel des notations : Si A et B sont deux évènements, $p(\mathrm{A})$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $p_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$ désigne la probabilité de A sachant que l'évènement B est réalisé. On note aussi $\overline{\mathrm{A}}$ l'évènement contraire de A.

1. Donner, sans justifier, les probabilités : $p(\mathrm{C})$ et $p_{\mathrm{C}}(\mathrm{T})$.
2. Illustrer la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
3. Calculer $p(\mathrm{C} \cap \mathrm{T})$ et interpréter ce résultat par une phrase.
4. Montrer que $p(\mathrm{T}) = 0,8$ et interpréter ce résultat par une phrase.
5. Sachant que le jeune a un téléphone portable, quelle est la probabilité qu'il soit un collègien ?

<u>**Correction**</u>

1. D'après les données de l'énoncé,
   - 60 % des jeunes sont des collégiens $\boxed{p(\mathrm{C}) = 0,6}$
   - parmi les collégiens, 70 % en possèdent un téléphone portable : $\boxed{p_{\mathrm{C}}(\mathrm{T}) = 0,7}$
2. Soit sous forme d'un arbre de probabilités :



3. On cherche $p(\mathrm{C} \cap \mathrm{T}) = p(\mathrm{C}) \times p_{\mathrm{C}}(\mathrm{T}) = 0,6 \times 0,7 = 0,42$ $\boxed{p(\mathrm{C} \cap \mathrm{T}) = 0,42}$

   Donc $\boxed{\text{la probabilité que le jeune choisi soit un collégien possédant un téléphone portable est de } 0,42}$
4. On sait que C et L forment une partition

   En utilisant la formule des probabilités totales, on a $p(\mathrm{T}) = p(\mathrm{C} \cap \mathrm{T}) + p(\mathrm{L} \cap \mathrm{T})$

   Alors $p(\mathrm{T}) = 0,42 + p(\mathrm{L}) \times p_{\mathrm{L}}(\mathrm{T}) = 0,42 + (1 - 0,6) \times 0,95 = 0,42 + 0.38 = 0,8$

   Donc $\boxed{p(\mathrm{T}) = 0,8 \text{ , la probabilté qu'un jeune est un téléphone portable est de } 0,8}$
5. On cherche $p_{\mathrm{T}}(\mathrm{C})$.

   Alors $p_{\mathrm{T}}(\mathrm{C}) = \dfrac{p(\mathrm{T} \cap \mathrm{C})}{p(\mathrm{T})} = \dfrac{0,42}{0,8} = \approx 0,525$.

   $\boxed{\text{Sachant que le jeune a un téléphone portable, la probabilité qu'il soit un collègien est de 0,525}}$.

Exercice 2. 4 points

Un fabricant produit des pneus de deux catégories, la catégorie « pneu neige » et la catégorie « pneu classique ».
Sur chacun d'eux, on effectue des tests de qualité pour améliorer la sécurité.
On dispose des informations suivantes sur le stock de production :

- le stock contient 40 % de pneus neige ;
- parmi les pneus neige, 92 % ont réussi les tests de qualité ;
- parmi les pneus classiques, 96 % ont réussi les tests de qualité.

Un client choisit un pneu au hasard dans le stock de production. On note :

- N l'évènement : « Le pneu choisi est un pneu neige » ;

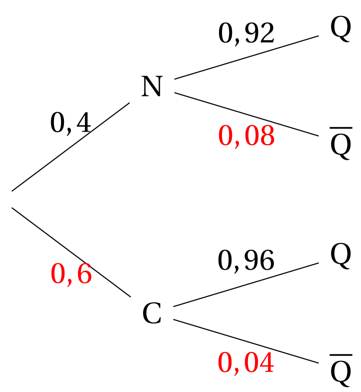
- C l'évènement : « Le pneu choisi est un pneu classique » ;
- Q l'évènement : « Le pneu choisi a réussi les tests de qualité ».

Rappel des notations : Si A et B sont deux évènements, $p(\mathrm{A})$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $p_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé. On notera aussi $\overline{\mathrm{A}}$ l'évènement contraire de A.

1. Donner, sans justifier, les probabilités : $p(\mathrm{N})$ et $p_{\mathrm{N}}(\mathrm{Q})$.
2. Illustrer la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
3. Calculer la probabilité de l'évènement $\mathrm{N} \cap \mathrm{Q}$ et interpréter ce résultat par une phrase.
4. Montrer que $p(\mathrm{Q}) = 0,944$ et interpréter ce résultat par une phrase.
5. Sachant que le pneu choisi a réussi les tests de qualité, quelle est la probabilité que ce pneu soit un pneu neige ?

Correction -

1. D'après les données du texte,
   - le stock contient 40 % de pneus neige : $\boxed{p(\mathrm{N}) = 0,4}$
   - parmi les pneus neige, 92 % ont réussi les tests de qualité : $\boxed{p_{\mathrm{N}}(\mathrm{Q}) = 0,7}$
2. Voici un arbre qui convient. Les informations tirées de l'énoncé sont en noir.



3. On a $p(\mathrm{N} \cap \mathrm{Q}) = p(\mathrm{N}) \times p_{\mathrm{N}}(\mathrm{Q}) = 0,4 \times 0,92 = 0,368$ $\boxed{p(\mathrm{N} \cap \mathrm{Q}) = 0,368}$

   Donc $\boxed{\text{la probablité de choisir un pneu neige qui a réussi les tests de qualité est de } 0,368}$.
4. Les événements N et C forment une partition de l'univers.

   D'après la formule des probabilités totales,

   $p(\mathrm{Q}) = p(\mathrm{N} \cap \mathrm{Q}) + p(\mathrm{C} \cap \mathrm{Q}) = p(\mathrm{N} \cap \mathrm{Q}) + p(\mathrm{C}) \times p_{\mathrm{C}}(\mathrm{Q}) = 0,368 + 0,6 \times 0,96 = 0,944.$

   Donc $\boxed{p(\mathrm{Q}) = 0,944 \text{ , la probabilté qu'un pneu est reussi son test qualité est de } 0,8}$

5. On cherche $p_{\text{Q}}(\text{N})$.
   Alors $p_{\text{Q}}(\text{N}) = \dfrac{p(\text{N} \cap \text{Q})}{p(\text{Q})} = \dfrac{0,368}{0,944} = \approx 0,390$.
   Donc $\boxed{\text{la probabilité que ce pneu soit un pneu neige est environ de 0,390}}$.