

Schéma de BERNOULLI

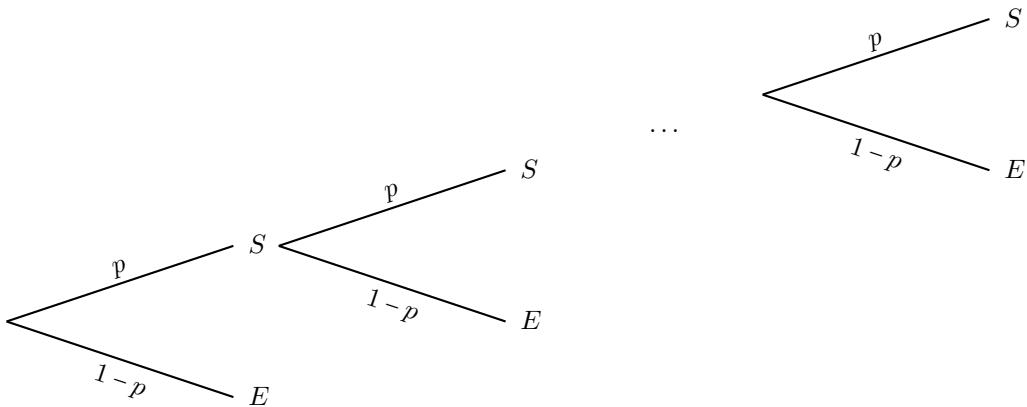
Epreuve de BERNOULLI

Une épreuve de BERNOULLI est une épreuve à deux éventualités (succès et échec, pile et face, blanc et pas blanc, obtenir le 1 ou pas quand on jette un dé...) dont les probabilités respectives sont notées p et $1 - p$ (p étant un réel élément de $[0, 1]$). Une telle épreuve est appelée **épreuve de BERNOULLI de paramètre p** .

Schéma de BERNOULLI

Une expérience aléatoire consistant à répéter n fois (n étant un entier naturel non nul), de manière indépendante, une épreuve de BERNOULLI de paramètre p s'appelle un **schéma de BERNOULLI de paramètres n et p** .

On peut représenter un schéma de BERNOULLI par un arbre. La lettre S désigne le « succès » et la lettre E désigne l'échec. Pour chaque entier k tel que $0 \leq k \leq n$, on note $\binom{n}{k}$ le nombre de chemins dans l'arbre comportant k fois la lettre S (et donc $n - k$ fois la lettre E).



On obtient la valeur des nombres $\binom{n}{k}$, $0 \leq k \leq n$, grâce à la calculatrice. On doit néanmoins savoir que pour tout entier naturel n ,

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1.$$

On doit aussi connaître la relation permettant de remplir le triangle de PASCAL valable pour k entier tel que :

$$\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$$

Triangle de PASCAL.

A la ligne n , colonne p , on a placé $\binom{n}{p}$.

| $n \backslash p$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------------|---|---|----|----|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 3 | 3 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 |

$$\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$$

Loi binomiale

A un schéma de BERNOULLI de paramètre n et p , on peut associer la variable aléatoire X égale au nombre de succès en n tentatives. Cette variable aléatoire prend donc les valeurs $0, 1, 2, \dots, n - 1, n$. La loi binomiale est la loi de probabilité associée à cette variable aléatoire et si k est un entier élément de $\{0, 1, \dots, n\}$, on a

$$p(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1 - p)^{n-k}$$

Espérance variance et écart-type de la loi binomiale

L'espérance de la loi binomiale de paramètre n et p est $E(X) = np$, la variance de la loi binomiale de paramètre n et p est $V(X) = np(1 - p)$ et l'écart-type de la loi binomiale de paramètre n et p est $\sigma(X) = \sqrt{np(1 - p)}$.