

## Dérivation : exercices

Les réponses (non détaillées) aux questions sont disponibles à la fin du document

### Exercice 1 :

Dériver la fonction  $f$  dans les cas suivants :

1)  $f(x) = -4x^3 + 2x^2 - 3x + 1$

2)  $f(x) = \frac{3x^2 - 4x}{2}$

3)  $f(x) = (\sqrt{x} + 1) \times (x^2 - 2)$

4)  $f(x) = (2x - \sqrt{x}) \times (x + 4)$

5)  $f(x) = \frac{1}{1 - 4x}$

6)  $f(x) = \frac{-3}{2x - 1}$

7)  $f(x) = \frac{2x - 1}{3x + 2}$

8)  $f(x) = \frac{3x^2 - 4x + 1}{2x - 3}$

9)  $f(x) = (-5x^2 + 1)^2$

10)  $f(x) = (-2x + 1)^3$

11)  $f(x) = \sqrt{3x + 4}$

12)  $f(x) = 2x\sqrt{-3x + 2}$

### Exercice 2 :

Déterminer une équation de la tangente  $T$  à la courbe représentative de la fonction  $f$  au point d'abscisse  $a$  dans les cas suivants :

1)  $f(x) = 3x^2 - x + 1$  avec  $a = 1$ .

2)  $f(x) = \frac{2x + 1}{x - 2}$  avec  $a = 3$ .

3)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}$  avec  $a = 9$ .

### Exercice 3 :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^*$  par  $f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x}$ .

On note  $C$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) Déterminer les abscisses des points de la courbe  $C$  où la tangente est horizontale.

2) Existe-t-il des points de la courbe  $C$  où la tangente admet un coefficient directeur égal à  $-2$  ?

3) Déterminer les abscisses des points de la courbe  $C$  où la tangente est parallèle à la droite d'équation  $y = -\frac{2}{3}x - 5$ .

## Réponses exercice 1 :

1)  $f'(x) = -12x^2 + 4x - 3$

2)  $f(x) = \frac{1}{2} \times (3x^2 - 4x); f'(x) = \frac{1}{2} \times (6x - 4) = 3x - 2$

3)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \times (x^2 - 2) + (\sqrt{x} + 1) \times (2x)$  (forme  $fg$ )

4)  $f'(x) = \left(2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \times (x + 4) + (2x - \sqrt{x}) \times 1$  (forme  $fg$ )

5)  $f'(x) = -\frac{(-4)}{(1-4x)^2} = \frac{4}{(1-4x)^2}$  (forme  $\frac{1}{f}$ )

6)  $f(x) = -3 \times \frac{1}{2x-1}; f'(x) = -3 \times \frac{(-2)}{(2x-1)^2} = \frac{6}{(2x-1)^2}$  (forme  $\frac{1}{f}$ )

7)  $f'(x) = \frac{2 \times (3x+2) - (2x-1) \times 3}{(3x+2)^2} = \dots = \frac{7}{(3x+2)^2}$  (forme  $\frac{f}{g}$ )

8)  $f'(x) = \frac{(6x-4)(2x-3) - 2(3x^2-4x+1)}{(2x-3)^2} = \dots = \frac{6x^2-18x+10}{(2x-3)^2}$  (forme  $\frac{f}{g}$ )

9)  $f'(x) = 2 \times (-10x) \times (-5x^2+1) = -20x(-5x^2+1)$  (forme  $f^2$ )

10)  $f'(x) = -6(-2x+1)^2$  (forme  $f(ax+b)$ )

11)  $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+4}}$  (forme  $f(ax+b)$ )

12)  $f'(x) = 2\sqrt{-3x+2} + (2x) \left( \frac{-3}{2\sqrt{-3x+2}} \right) = \frac{-9x+4}{\sqrt{-3x+2}}$  (formes  $fg$  et  $f(ax+b)$ )

## Réponses exercice 2 :

1)  $T : y = f(1) + f'(1)(x-1); f(1) = 3; f'(x) = 6x-1; f'(1) = 5; T : y = 5x-2$

2)  $T : y = f(3) + f'(3)(x-3); f(3) = 7; f'(x) = \frac{-5}{(x-2)^2}; f'(3) = -5; T : y = -5x+22$

3)  $T : y = f(9) + f'(9)(x-9); f(9) = \frac{1}{3}; f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \times x - \sqrt{x}}{x^2} = \frac{-1}{2x\sqrt{x}}; f'(9) = \frac{-1}{54}; T : y = \frac{-1}{54}x + \frac{1}{2}$

## Réponses exercice 3 :

Rappel : le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse  $a$  est égal à  $f'(a)$ .

La dérivée de  $f$  est définie par :  $f'(x) = \frac{(-2x+2)x - (-x^2+2x-1)}{x^2} = \frac{-x^2+1}{x^2}$ .

1) La tangente est horizontale si et seulement si son coefficient directeur est nul.

On résoud donc l'équation  $f'(x) = 0$ . On obtient  $x = 1$  ou  $x = -1$ .

2) Cela revient à résoudre l'équation  $f'(x) = -2$  qui n'admet pas de solutions. Il n'y a donc pas de points répondant à la question.

3) Les coefficients directeurs de la tangente et de la droite doivent être égaux.

Cela revient donc à résoudre l'équation  $f'(x) = -\frac{2}{3}$ . Le calcul donne  $x = \sqrt{3}$  ou  $x = -\sqrt{3}$ .