

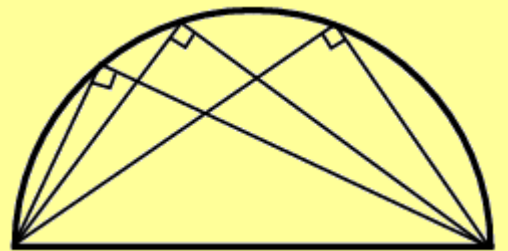
THEME 8

TRIANGLE INSCRIT DANS UN DEMI-CERCLE

RAPPELS - DEMONSTRATIONS

► Un théorème très important :

Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un côté du triangle, alors ce triangle est rectangle

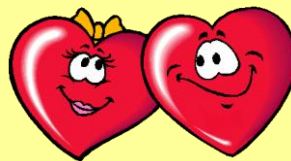


Ce théorème sans nom particulier en France s'appelle dans d'autres pays le théorème de Thalès !!! (Cf. Triangle inscrit dans un demi-cercle - Démonstrations)

Remarque :

Le demi-cercle dont le diamètre est l'hypoténuse d'un triangle rectangle est parfois appelé " Cercle de Thalès".

TRIANGLE RECTANGLE



(DEMI) CERCLE

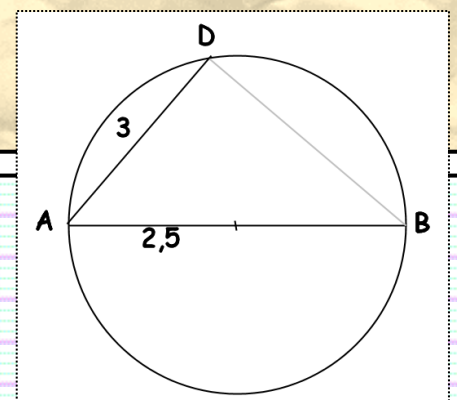
► La rédaction :

Brevet Polynésie - 1999

Soit (C) un cercle de 2,5 cm de rayon. Le segment [AB] est un diamètre de ce cercle.

D est un point de ce cercle tel que AD = 3 cm.

1. Construire la figure.
2. Démontrer que le triangle ABD est rectangle.
3. Calculer la longueur DB.



Solution :

1. Construction de la figure :

(Attention, la figure n'est pas aux bonnes dimensions)

2. Nature du triangle ABD :

Nous nous apercevons que le triangle ABD est inscrit dans un cercle et que le côté [AB] de ce triangle (nous ne pouvons pas encore l'appeler hypoténuse, puisque nous ignorons, à ce stade, que le triangle est rectangle) est un diamètre du cercle.

Donc d'après le théorème présenté ci-dessus, le triangle ABD est rectangle en D.

Il existe un moyen plus rapide et plus facile à utiliser. Il suffit d'écrire :



D est un point du cercle de diamètre [AB] , donc ABD est rectangle en D.



3. Calcul de la longueur DB :

Le diamètre du cercle est égal à $2 \times 2,5$ soit 5 cm . Donc $AB = 5$.

Dans le triangle ABD rectangle en D

D'après le théorème de Pythagore, nous avons

$$AB^2 = AD^2 + DB^2$$

$$5^2 = 3^2 + DB^2$$

$$25 = 9 + DB^2$$

$$25 - 9 = DB^2$$

$$16 = DB^2$$

$$\text{donc } DB = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

La réciproque :

Ce théorème admet une réciproque

Si un triangle ABC est rectangle en C , alors ce triangle est inscrit dans le cercle de diamètre [AB].

Remarques : Autres formulations

► Le cercle circonscrit à un triangle rectangle est le cercle de diamètre son hypoténuse.

► Dans un triangle rectangle la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

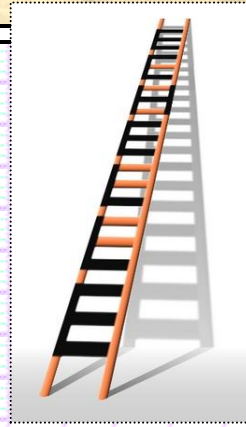
Applications :

1. Un ouvrier se trouve au milieu d'une échelle sur un mur. Soudain, cette échelle glisse sur le sol. Quelle est la trajectoire décrite par le peintre chute de cette échelle ?

Solution après la deuxième application !

2. (Application de la réciproque de cette propriété : Tout triangle rectangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre l'hypoténuse de ce triangle rectangle)

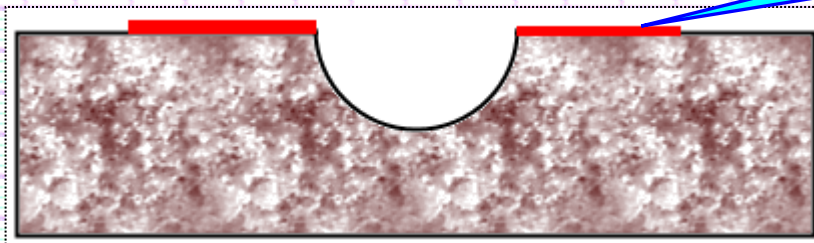
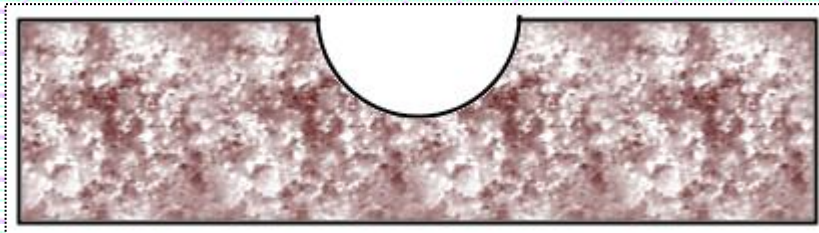
Un moyen de réaliser une gorge en forme de demi-cylindre dans du sable de la terre, du plâtre, du ciment ...



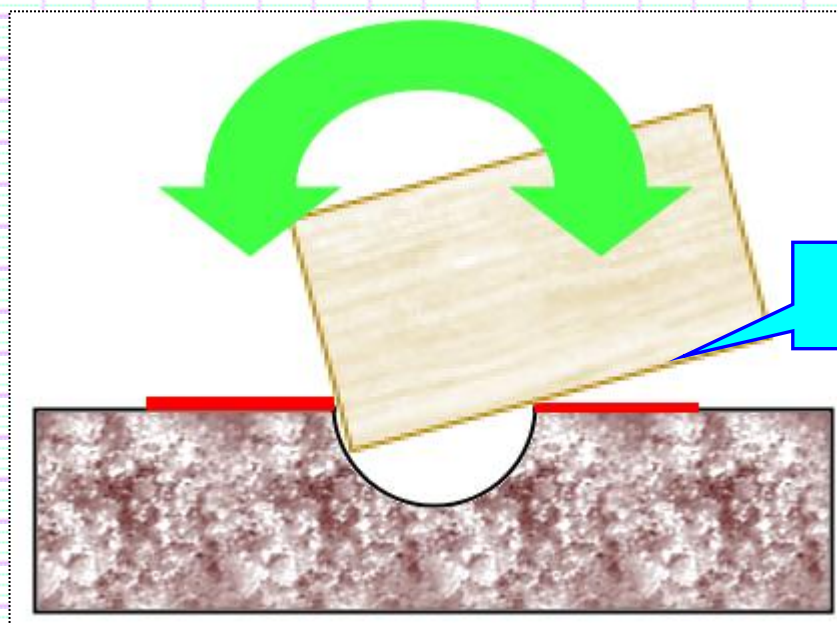
posée
sol.
lors de la



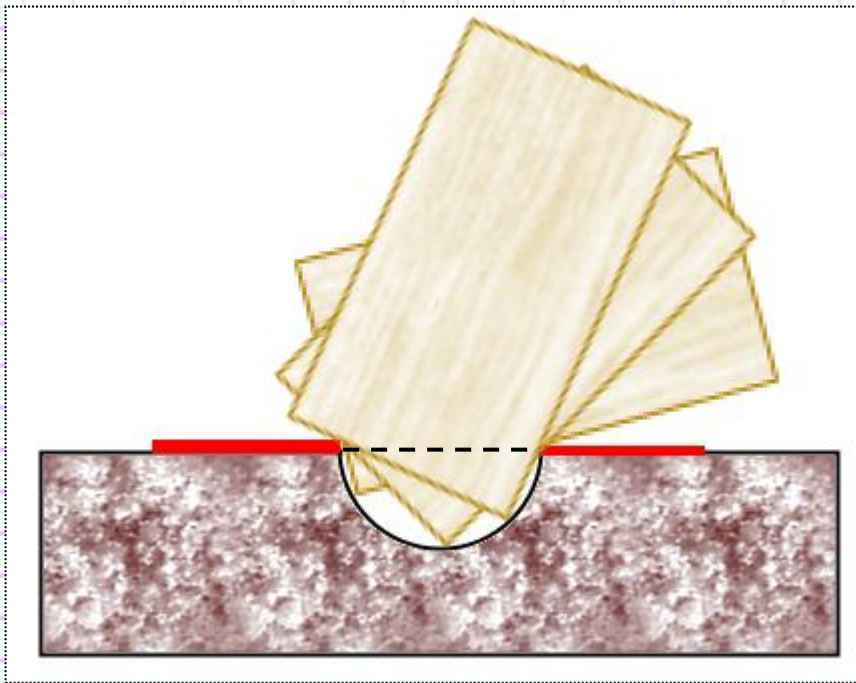
Solution 2



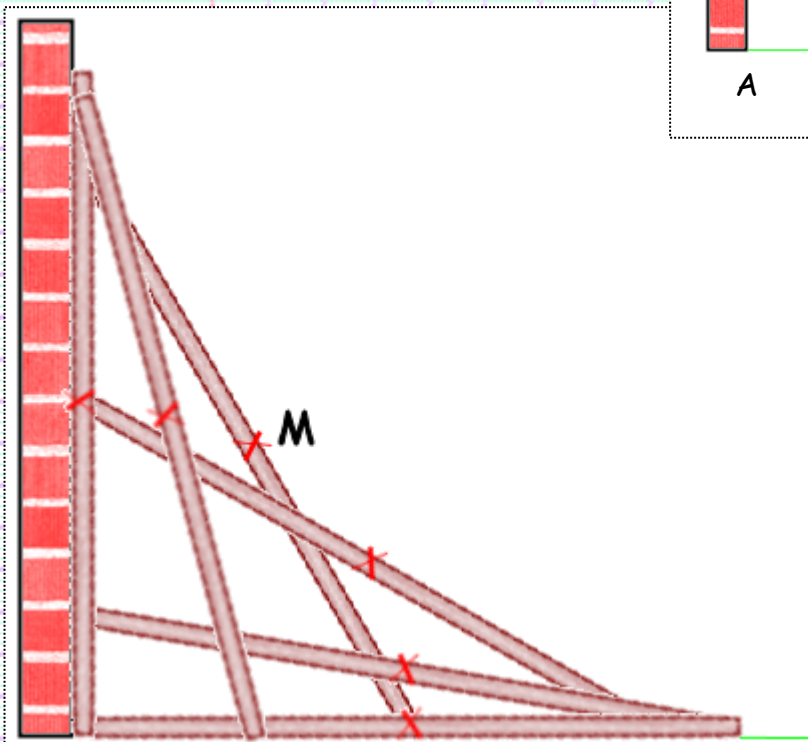
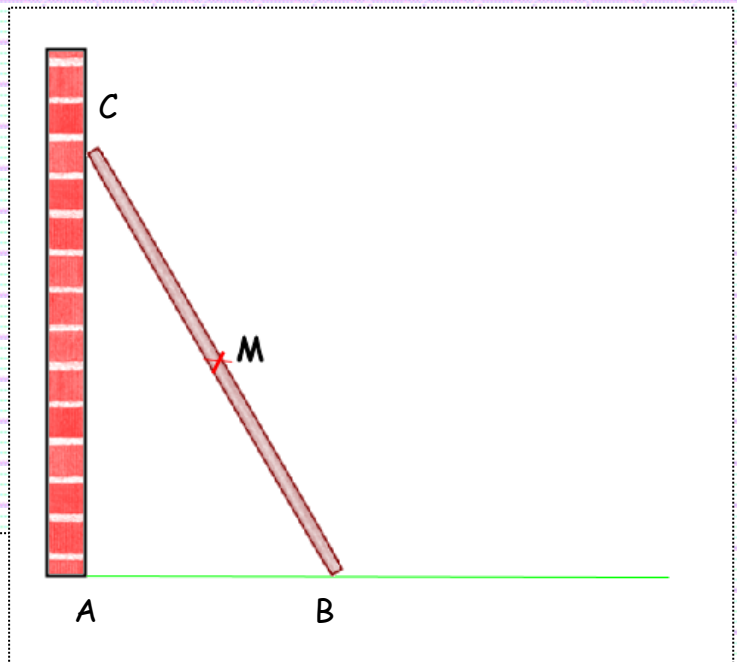
Planches peu épaisses



Morceau de bois
Madrier - Poutre

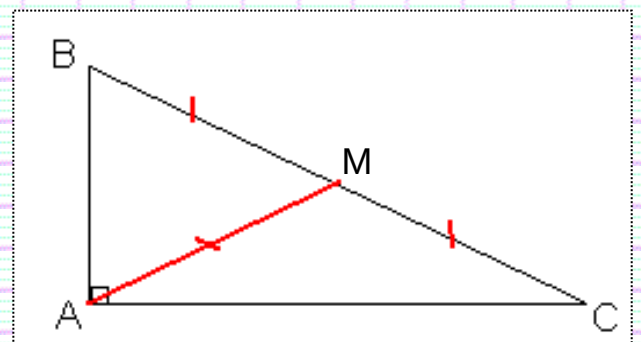


Solution 1 :



Propriété : Propriété dite de la médiane
(dans un triangle rectangle)

Dans un triangle rectangle, la médiane relative à l'hypoténuse a pour longueur la moitié de la longueur de l'hypoténuse.



Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de la médiane, nous avons :

$$AM = \frac{BC}{2}$$

BC est la longueur de l'échelle, donc la distance AM, quel que soit la position de l'échelle, a pour valeur la moitié de la longueur de l'échelle.

Le point M se déplace donc sur un quart de cercle de centre A et de rayon la moitié de la longueur de l'échelle.

Le peintre, dans sa chute, décrira un arc de cercle de rayon la moitié de la longueur de l'échelle.

A SUIVRE