

THEME 8

CALCUL FRACTIONNAIRE EXERCICES SOUTIEN 2

Exercice 1 : Effectuer les calculs suivants :

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = ; \quad \frac{2}{3} - 0,2 = ; \quad -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ; \quad \frac{36}{25} \times \frac{15}{12} \times 5 = ;$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{12}{45} \times 15 = ; \quad \frac{5}{3} : \frac{3}{5} = ; \quad \frac{1}{2} : 0,4 = ; \quad 3 : \frac{2}{5} = ; \quad -\frac{2}{15} : \left(-\frac{6}{5}\right) = ; \quad \frac{18}{27} - \frac{20}{16} + \frac{3}{15} = ;$$

Exercice 2 : Brevet des Collèges - Clermont - 1999

Calculer et donner les résultats sous la forme la plus simple possible :

$$C = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} \quad D = \left(1 - \frac{2}{3}\right) : \left(1 + \frac{2}{3}\right)$$

Exercice 3 : Brevet des Collèges - Orléans - 1996

On donne les nombres A et B suivants : $A = 2 - \frac{3}{4} \times \frac{8}{21}$; $B = \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{3}\right) : \frac{-7}{12}$

Donner une écriture fractionnaire de chacun des nombres A et B, le dénominateur étant un entier positif inférieur à 10.

Exercice 4 : Brevet des Collèges - Amérique - 1999

On donne les nombres : $a = \frac{14}{15}$ et $b = \frac{7}{6}$

Calculer A et B tels que : $A = a - b$ et $B = \frac{a}{b}$

Exercice 5 : Brevet des Collèges - Groupe Est - 2005

Calculer A et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{5}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{9}{16}$$

Exercice 6 : Brevet des Collèges - Groupe Ouest - 2005

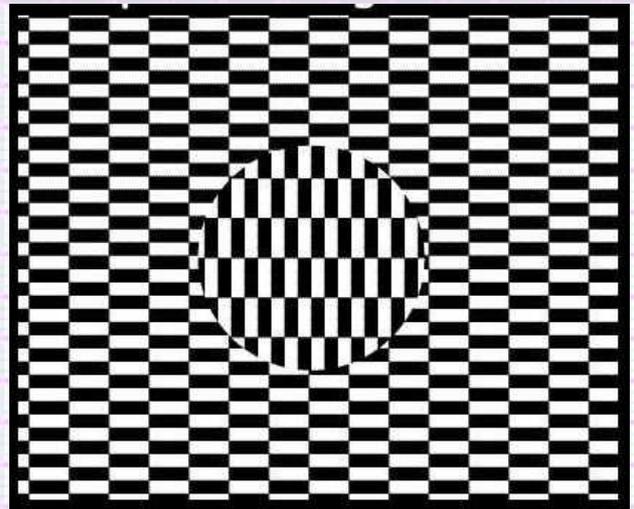
Calculer $A = 2 - \frac{5}{2} : \frac{15}{4}$

On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. Toutes les étapes du calcul seront détaillées sur la copie.

Exercice 7 : Brevet des Collèges - Groupe Sud - 2005

Dans cet exercice, tous les calculs devront être détaillés.

Calculer l'expression : $A = \frac{13}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{5}{2}$ (donner le résultat sous sa forme la plus simple).



Exercice 8 : Brevet des Collèges - Polynésie - 2003

Calculer A ; on donnera la réponse de A sous la forme simplifiée :

$$A = 3 - \frac{15}{9} \times \frac{12}{5}$$

Exercice 9 : Brevet des Collèges - La Réunion - 2003

On considère $A = \left(\frac{11}{2} - \frac{2}{3}\right) \times \frac{8}{7}$

Ecrire A sous forme d'une fraction irréductible (les calculs intermédiaires figureront sur la copie).

Solutions :

Exercice 1 :

$$\blacktriangleright \frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{9-4}{12} = \frac{5}{12}$$

C'est une soustraction, donc réduction au même dénominateur : 12

$$\blacktriangleright \frac{2}{3} - 0,2 = \frac{2}{3} - \frac{0,2}{1} = \frac{2 \times 0,2 \times 3}{1 \times 3} = \frac{2 \times 0,6}{3} = \frac{2 - 0,6}{3} = \frac{1,4}{3} = \frac{1,4 \times 10}{3 \times 10} = \frac{14}{30} = \frac{7 \times 2}{15 \times 2} = \frac{7}{15}$$

Tout nombre peut s'écrire sous cette forme (écriture fractionnaire)

C'est une soustraction, donc réduction au même dénominateur : 3

Le résultat doit être donné sous forme de fraction (numérateur et dénominateur entiers). Multiplions par 10 numérateur et dénominateur.

Il est, cependant, préférable d'utiliser une méthode légèrement différente.

$$\blacktriangleright \frac{2}{3} - 0,2 = \frac{2}{3} - \frac{2}{10} = \frac{2 \times 10}{3 \times 10} - \frac{2 \times 3}{10 \times 3} = \frac{20}{30} - \frac{6}{30} = \frac{20-6}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7 \times 2}{15 \times 2} = \frac{7}{15}$$

$$0,2 = \frac{2}{10}$$

C'est une soustraction, donc réduction au même dénominateur :

$$\blacktriangleright -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = -\frac{1 \times 3}{2 \times 3} + \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = -\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{-3+2}{6} = \frac{-1}{6} = -\frac{1}{6}$$

C'est une addition, donc réduction au même dénominateur : 6

Attention au signe

$$\blacktriangleright \frac{36}{25} \times \frac{15}{12} \times 5 = \frac{36}{25} \times \frac{15}{12} \times \frac{5}{1} = \frac{36 \times 15 \times 5}{25 \times 12 \times 1} = \frac{12 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5}{5 \times 5 \times 12 \times 1} = \frac{3 \times 3}{1} = \frac{9}{1} = 9$$

$$\frac{9}{1} = 9$$

C'est une multiplication. Pas de réduction au même dénominateur, mais attention, ne pas effectuer avant d'avoir simplifié.

$$\blacktriangleright \frac{3}{4} \times \frac{12}{45} \times 15 = \frac{3}{4} \times \frac{12}{45} \times \frac{15}{1} = \frac{3 \times 12 \times 15}{4 \times 45 \times 1} = \frac{3 \times 3 \times 4 \times 3 \times 5}{4 \times 9 \times 5 \times 1} = \frac{3 \times 3 \times 3}{9 \times 1} = \frac{3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 1} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\blacktriangleright \frac{5}{3} : \frac{3}{5} = \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{5 \times 5}{3 \times 3} = \frac{25}{9}$$

Pas de simplification ici

Définition de la division : nous multiplions par l'inverse de $\frac{3}{5}$, c'est-à-dire $\frac{5}{3}$

$$\blacktriangleright \frac{1}{2} : 0,4 = \frac{1}{2} : \frac{0,4}{1} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{0,4} = \frac{1 \times 1}{2 \times 0,4} = \frac{1}{0,8} = \frac{1 \times 10}{0,8 \times 10} = \frac{10}{8} = \frac{5 \times 2}{4 \times 2} = \frac{5}{4}$$

$$0,4 = \frac{0,4}{1}$$

Nous multiplions par l'inverse de 0,4, c'est-à-dire $\frac{1}{0,4}$

Pas de nombres décimaux dans une fraction, puis simplification.

$$\blacktriangleright 3 : \frac{2}{5} = 3 \times \frac{5}{2} = \frac{3}{1} \times \frac{5}{2} = \frac{3 \times 5}{1 \times 2} = \frac{15}{2}$$

$$\blacktriangleright -\frac{2}{15} : \left(-\frac{6}{5}\right) = -\frac{2}{15} \times \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{2}{15} \times \frac{5}{6} = \frac{2 \times 5}{15 \times 6} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5 \times 2 \times 3} = \frac{1}{9}$$

Division : Nous multiplions par l'inverse de $-\frac{6}{5}$, c'est-à-dire $-\frac{5}{6}$

1^{ère} étape : Le signe (+ d'après la règle des signes)

2^{ème} étape : On effectue le produit

$$\blacktriangleright \frac{18}{27} - \frac{20}{16} + \frac{3}{15} = \frac{9 \times 2}{9 \times 3} - \frac{4 \times 5}{4 \times 4} + \frac{3 \times 1}{3 \times 5} = \frac{2}{3} - \frac{5}{4} + \frac{1}{5}$$

Simplification

Suite d'additions et de soustractions, donc réduction au même dénominateur.
Dénominateur commun ????????

Remarque : En présence de fractions, nous devons impérativement chercher à les simplifier !

Nous sommes donc en présence d'un nouveau calcul (plus simple)

La table de multiplication par 5

$$\begin{aligned} 5 \times 0 &= 0 \\ 5 \times 1 &= 5 \\ 5 \times 2 &= 10 \\ 5 \times 3 &= 15 \\ 5 \times 4 &= 20 \\ 5 \times 5 &= 25 \\ 5 \times 6 &= 30 \\ 5 \times 7 &= 35 \\ 5 \times 8 &= 40 \\ 5 \times 9 &= 45 \\ 5 \times 10 &= 50 \end{aligned}$$

Les dénominateurs sont 3 , 4 et 5 .

Considérons la table de multiplication du 5 (le plus grand des trois dénominateurs - on progresse plus vite dans cette table (de 5 en 5))

Aucun des nombres présentés ne figure dans les deux tables (table du 3 et du 4)

Continuons :

$$5 \times 11 = 55 \quad 55 \text{ n'est pas un multiple de 3 (ni de 4 d'ailleurs)}$$

$$5 \times 12 = 60$$

$$60 \text{ est un multiple de 3 (} 60 = 3 \times 20 \text{)}$$

$$\text{et } 60 \text{ est un multiple de 4 (} 60 = 4 \times 15 \text{)}$$

Le dénominateur commun sera donc 60 !!!

$$\frac{2}{3} - \frac{5}{4} + \frac{1}{5} = \frac{2 \times 20}{3 \times 20} - \frac{5 \times 15}{4 \times 15} + \frac{1 \times 12}{5 \times 12} = \frac{40}{60} - \frac{75}{60} + \frac{12}{60} = \frac{40 - 75 + 12}{60} = \frac{52 - 75}{60} = \frac{-23}{60} = -\frac{23}{60}$$

Suite d'additions et de soustractions, donc réduction au même dénominateur.
Dénominateur commun 60

Exercice 2 : Brevet des Collèges - Clermont - 1999

► Calcul de $C = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$

Nous avons :

$$C = \frac{7}{4} - \frac{3 \times 8}{4 \times 9}$$

$$C = \frac{7}{4} - \frac{3 \times 4 \times 2}{4 \times 3 \times 3}$$

$$C = \frac{7}{4} - \frac{2}{3} = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{21}{12} - \frac{8}{12} = \frac{13}{12}$$

La multiplication est prioritaire

Simplification

Soustraction : Réduction au même dénominateur

► Calcul de $D = (1 - \frac{2}{3}) : (1 + \frac{2}{3})$

Nous avons :

$$D = (\frac{1}{1} - \frac{2}{3}) : (\frac{1}{1} + \frac{2}{3})$$

Le calcul entre parenthèses est prioritaire
Dans chaque couple de parenthèses, addition et soustraction donc réduction au même dénominateur.

$$D = \left(\frac{1 \times 3}{1 \times 3} - \frac{2}{3} \right) : \left(\frac{1 \times 3}{1 \times 3} + \frac{2}{3} \right)$$

$$D = \left(\frac{3}{3} - \frac{2}{3} \right) : \left(\frac{3}{3} + \frac{2}{3} \right)$$

$$D = \frac{1}{3} : \frac{5}{3}$$

$$D = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1 \times 3}{3 \times 5} = \frac{1}{5}$$

Division donc multiplication par
l'inverse de $\frac{5}{3}$, soit $\frac{3}{5}$

Exercice 3 : Brevet des Collèges - Orléans - 1996

► Calcul de $A = 2 - \frac{3}{4} \times \frac{8}{21}$

Nous avons :

$$A = 2 - \frac{3 \times 8}{4 \times 21}$$

$$A = 2 - \frac{3 \times 4 \times 2}{4 \times 3 \times 7}$$

$$A = 2 - \frac{2}{7} = \frac{2}{1} - \frac{2}{7} = \frac{2 \times 7}{1 \times 7} - \frac{2}{7} = \frac{14}{7} - \frac{2}{7} = \frac{12}{7}$$

La multiplication est prioritaire

Simplification

Soustraction : Réduction
au même dénominateur

► Calcul de $B = \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{3} \right) : \frac{-7}{12}$

Nous avons :

$$B = \left(\frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{5 \times 4}{3 \times 4} \right) : \frac{-7}{12}$$

$$B = \left(\frac{9}{12} - \frac{20}{12} \right) : \frac{-7}{12}$$

$$B = \frac{9 - 20}{12} : \frac{-7}{12}$$

$$B = \frac{-11}{12} : \frac{-7}{12}$$

$$B = -\frac{11}{12} : \left(-\frac{7}{12} \right)$$

$$B = -\frac{11}{12} \times \left(-\frac{12}{7} \right) = \frac{11}{12} \times \frac{12}{7} = \frac{11 \times 12}{12 \times 7} = \frac{11}{7}$$

La calcul entre parenthèses est prioritaire
Dans les parenthèses, la soustraction nous
impose une réduction au même dénominateur.

Ecrivons $-\frac{11}{12}$ au lieu de $\frac{-11}{12}$ et
 $-\frac{7}{12}$ au lieu de $\frac{-7}{12}$

Division donc multiplication par
l'inverse de $-\frac{7}{12}$, soit $-\frac{12}{7}$

1^{ère} étape : Le signe (+ d'après la règle
des signes)

2^{ème} étape : On effectue le produit

Exercice 4 : Brevet des Collèges - Amérique - 1999

On donne les nombres : $a = \frac{14}{15}$ et $b = \frac{7}{6}$

► Calcul de $A = a - b$

$$A = a - b = \frac{14}{15} - \frac{7}{6}$$

C'est une soustraction, donc nous devons réduire au même dénominateur.

La table du 15 (!!!!) est la suivante :
 $15 \times 1 = 15$ (15 n'est pas dans la table du 6)
 $15 \times 2 = 30$ (30 est dans la table du 6) ($6 \times 5 = 30$)
Le dénominateur commun est donc 30.

$$A = \frac{14 \times 2}{15 \times 2} - \frac{7 \times 5}{6 \times 5} = \frac{28}{30} - \frac{35}{30} = \frac{28 - 35}{30} = \frac{-7}{30} = -\frac{7}{30}$$

► Calcul de $B = \frac{a}{b}$

$$B = \frac{a}{b} = \frac{\frac{14}{15}}{\frac{7}{6}} = \frac{14}{15} : \frac{7}{6} = \frac{14}{15} \times \frac{6}{7} = \frac{14 \times 6}{15 \times 7} = \frac{7 \times 2 \times 3 \times 2}{3 \times 5 \times 7} = \frac{2 \times 2}{5} = \frac{4}{5}$$

Exercice 5 : Brevet des Collèges - Groupe Est - 2005

► Calcul de A :
Nous avons :

$$\begin{aligned} A &= \frac{5}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{9}{16} \\ A &= \frac{5}{4} - \frac{2 \times 9}{3 \times 16} \\ A &= \frac{5}{4} - \frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 2 \times 8} \\ A &= \frac{5}{4} - \frac{3}{8} = \frac{10}{8} - \frac{3}{8} = \frac{7}{8} \end{aligned}$$

La multiplication est prioritaire

Soustraction, donc réduction au même dénominateur

Exercice 6 : Brevet des Collèges - Groupe Ouest - 2005

► Calcul de A :
Nous avons :

$$\begin{aligned} A &= 2 - \frac{5}{2} : \frac{15}{4} \\ A &= 2 - \frac{5}{2} \times \frac{4}{15} \\ A &= 2 - \frac{5 \times 4}{2 \times 15} \\ A &= 2 - \frac{5 \times 2 \times 2}{2 \times 5 \times 3} \\ A &= 2 - \frac{2}{3} = \frac{2}{1} - \frac{2}{3} = \frac{6}{3} - \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

La division est prioritaire

Soustraction, donc réduction au même dénominateur

Exercice 7 : Brevet des Collèges - Groupe Sud - 2005

Dans cet exercice, tous les calculs devront être détaillés.

► Calcul de A :

Nous avons :

$$A = \frac{13}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{5}{2}$$

$$A = \frac{13}{3} - \frac{4 \times 5}{3 \times 2}$$

$$A = \frac{13}{3} - \frac{2 \times 2 \times 5}{3 \times 2}$$

$$A = \frac{13}{3} - \frac{10}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

La multiplication est prioritaire

Les deux fractions sont déjà au même dénominateur

Quand une fraction a un numérateur égal au dénominateur, cette fraction est égale à 1.

Exercice 8 : Brevet des Collèges - Polynésie - 2003

► Calcul de A :

$$A = 3 - \frac{15}{9} \times \frac{12}{5}$$

$$A = 3 - \frac{15 \times 12}{9 \times 5}$$

$$A = 3 - \frac{5 \times 3 \times 3 \times 4}{3 \times 3 \times 5}$$

$$A = 3 - \frac{4}{1} = 3 - 4 = -1$$

La multiplication est prioritaire

Il faut simplifier $\frac{4}{1}$ en 4 et non pas écrire $A = \frac{3}{1} - \frac{4}{1}$

Exercice 9 : Brevet des Collèges - La Réunion - 2003

► Calcul de A :

$$A = \left(\frac{11}{2} - \frac{2}{3} \right) \times \frac{8}{7}$$

Le calcul entre parenthèses est prioritaire

C'est une soustraction, donc réduction au même dénominateur.

$$A = \left(\frac{33}{6} - \frac{4}{6} \right) \times \frac{8}{7}$$

$$A = \frac{29}{6} \times \frac{8}{7} = \frac{29 \times 8}{6 \times 7} = \frac{29 \times 2 \times 4}{2 \times 3 \times 7} = \frac{29 \times 4}{3 \times 7} = \frac{116}{21}$$