

THEME 8

ADDITION ET SOUSTRACTION DES FRACTIONS

Extrait du cours :

Règle :

- Si les fractions ont le même dénominateur , nous avons :

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d} \quad \text{et} \quad \frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$$

- Si les fractions n'ont pas le même dénominateur, nous devons les réduire au même dénominateur, puis appliquer la règle précédente.



➤ Exemple 1 :

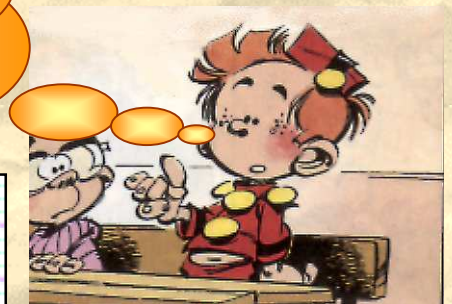
Soit à calculer : $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} =$

Les dénominateurs (ici 5)
sont les mêmes dans les
deux fractions.

On utilise donc la règle et on
ajoute les numérateurs.

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{3+4}{5} = \frac{7}{5}$$

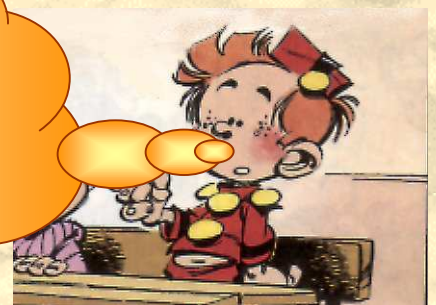
Même dénominateur



➤ Exemple 2 :

Soit à calculer : $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

Les dénominateurs (ici 3 et 2)
sont différents. Nous ne
pouvons pas additionner les
fractions comme
précédemment. Il faut les
réduire au même dénominateur.



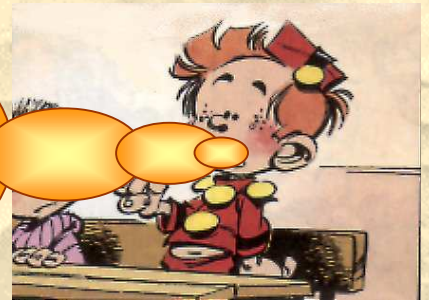
Et comment réduire au même dénominateur ??????



Nous devons chercher, dans les tables de multiplication du 3 et du 2 (les deux dénominateurs figurant dans le calcul) un nombre commun.

$1 \times 2 = 2$	$1 \times 3 = 3$
$2 \times 2 = 4$	$2 \times 3 = 6$
$3 \times 2 = 6$	$3 \times 3 = 9$
$4 \times 2 = 8$	$4 \times 3 = 12$
$5 \times 2 = 10$	$5 \times 3 = 15$
$6 \times 2 = 12$	$6 \times 3 = 18$

Il y a 6 comme nombre commun , 12 également.



Ces nombres communs 6 , 12 (il y a également 18 , 24 , 30) s'appellent des multiples communs. Nous devons en choisir un. Il est évident que nous allons choisir, afin de simplifier les calculs ultérieurs, le plus petit , c'est à dire 6 .



Pour écrire la première fraction avec un dénominateur égal à 6, nous constatons que nous « passons » de 3 à 6 en multipliant par 2. Comme la valeur d'une fraction ne change pas si l'on multiplie numérateur et dénominateur par un même nombre, nous devons multiplier le numérateur par le même nombre 2

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4+3}{6} = \frac{7}{6}$$

Pouvions-nous mettre 12
comme dénominateur
commun ?



Tout multiple était correct : 12 , 18 , 30 , 3000 ...
Mais il est préférable de prendre le plus petit (ici 6). Les
calculs sont d'une part plus simples et vous éviterez ainsi une
simplification obligatoire à la fin du calcul !



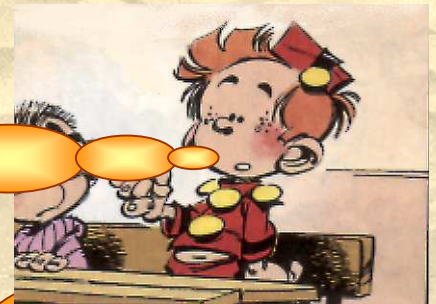
$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 6}{2 \times 6} = \frac{8}{12} + \frac{6}{12} = \frac{8+6}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7 \times 2}{3 \times 2} = \frac{7}{2}$$

ATTENTION
Simplification nécessaire

► Exemple 3 :

Soit à calculer : $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$

Dans l'exemple précédent , les
dénominateurs étaient 3 et 2 . Le
dénominateur commun choisi était 3×2
soit 6. Ici , les dénominateurs sont 4 et
6. Le dénominateur commun que nous
allons choisir est 4×6 , soit 24



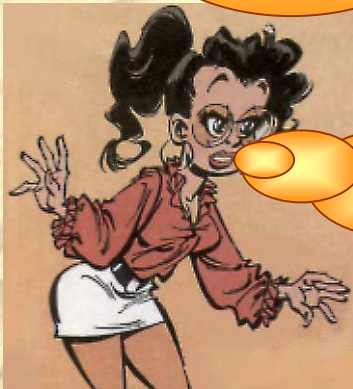
Oui et non.

Nous pouvons choisir 24 comme dénominateur commun , mais il
en existe un plus petit et il est préférable de le choisir.

Il est vrai que, dans le calcul suivant $\frac{347}{523} + \frac{53}{797}$,

rechercher le plus petit dénominateur serait difficile. Nous
prendrions donc comme dénominateur commun 523×797 et

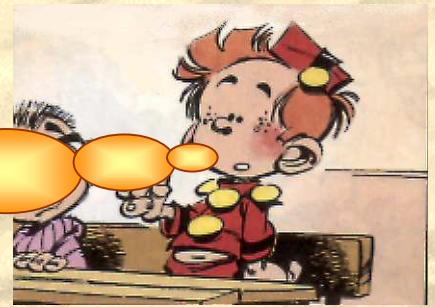
nous aurions $\frac{347}{523} + \frac{53}{797} = \frac{347 \times 797}{523 \times 797} + \frac{53 \times 523}{797 \times 523} = \dots$



$1 \times 4 = 4$
 $2 \times 4 = 8$
 $3 \times 4 = 12$
 $4 \times 4 = 16$
 $5 \times 4 = 20$
 $6 \times 4 = 24$

$1 \times 6 = 6$
 $2 \times 6 = 12$
 $3 \times 6 = 18$
 $4 \times 6 = 24$
 $5 \times 6 = 30$
 $6 \times 6 = 36$

12 est le plus petit multiple de 4 et 6, donc le dénominateur commun sera 12.



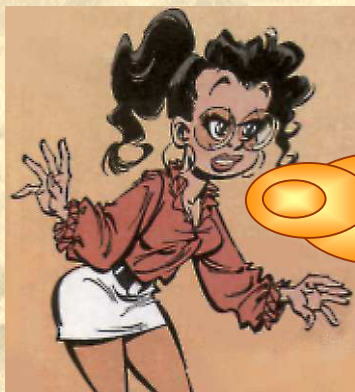
$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{9+2}{12} = \frac{11}{12}$$

Diagram showing the conversion of fractions to a common denominator of 12. Arrows indicate the multiplication of the numerator and denominator of each fraction by the necessary factor (3 for 4, 2 for 6).



► Exemple 4 :

Soit à calculer : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

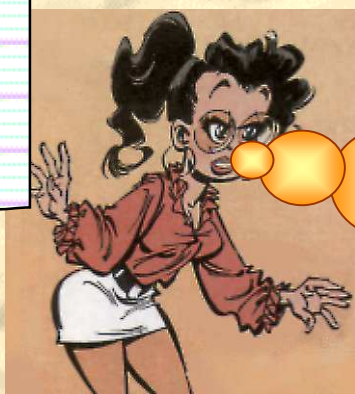


Dans cet exemple, il est possible d'effectuer l'opération $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, puis ajouter au résultat trouvé la fraction $\frac{1}{6}$.

Comme les dénominateurs sont simples (2, 3 et 6), nous pouvons chercher un multiple commun aux trois nombres. Pour cela, nous pouvons écrire le début des trois tables de multiplication et chercher un nombre commun.

Nous pouvons également regarder la table du plus grand de ces trois nombres, c'est à dire 6 et se poser, pour chaque résultat trouvé, si ce nombre est également dans les deux autres tables.

$1 \times 6 = 6$
 $2 \times 6 = 12$
 $3 \times 6 = 18$
 $4 \times 6 = 24$
 $5 \times 6 = 30$
 $6 \times 6 = 36$



Premier nombre (multiple) : 6

6 est-il dans la table du 2 et du 3 ? (6 est-il également un multiple de 2 et 3 ?)

$6 = 3 \times 2$ et $6 = 2 \times 3$ donc 6 est dans les tables du 2 et du 3 (6 est un multiple de 2 et 3).

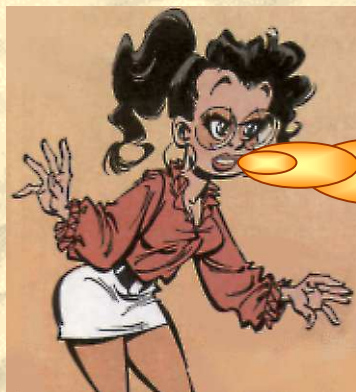
Ce nombre 6 est donc un multiple de 2, 3 et 6. C'est d'ailleurs le plus petit. Ce sera le dénominateur commun choisi.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

Simplification nécessaire
Une fraction est égale à 1 si le numérateur est égal au dénominateur

► Exemple 5 :

Soit à calculer : $\frac{3}{4} + 2$



Nous savons additionner deux fractions. Or 2 n'est pas une écriture fractionnaire.

Sachant que tout nombre a peut s'écrire $\frac{a}{1}$, il suffit d'écrire

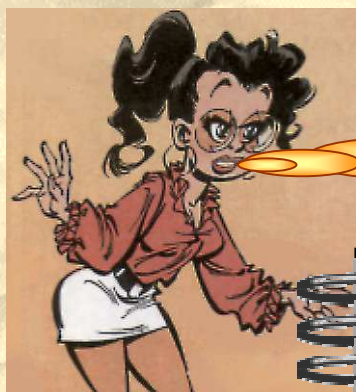
2 sous la forme $\frac{2}{1}$

(il est vrai que la division de 2 par 1 donne 2)

$$\frac{3}{4} + 2 = \frac{3}{4} + \frac{2}{1} = \frac{3}{4} + \frac{8}{4} = \frac{3+8}{4} = \frac{11}{4}$$

► Exemple 6 :

Soit à calculer : $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$



Pour une soustraction, le procédé est le même que celui utilisé pour une addition !

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$$

► Exemple 7 :

Soit à calculer : $\frac{2}{3} - \frac{3}{4}$

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{8}{12} - \frac{9}{12} = \frac{8-9}{12} = \frac{-1}{12} = -\frac{1}{12}$$

► Exemple 8 :

Soit à calculer : $-\frac{1}{3} - \frac{2}{5}$

$$-\frac{1}{3} - \frac{2}{5} = -\frac{5}{15} - \frac{6}{15} = \frac{-5-6}{15} = \frac{-11}{15} = -\frac{11}{15}$$

Attention à ce signe

► Exemple 9 :

Soit à calculer : $-\frac{1}{-2} - \frac{2}{-5}$

$$-\frac{1}{-2} - \frac{2}{-5} = \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{5}{10} - \frac{4}{10} = \frac{5-4}{10} = \frac{1}{10}$$

2 (nombre pair) signes -, donc +

3 (nombre impair) signes -, donc -

C'est tout pour
aujourd'hui!



Défi mathématiques

