DS 6 – 31 MAI 2017

Durée : 2 h **AVEC Calculatrice**

NOM : **Prénom :**

- L'usage de la calculatrice est autorisé
- Aucun échange de matériel, **<u>quel qu'il soit</u>**, n'est accepté entre les élèves.
- Il sera tenu compte du soin, de la présentation des résultats, de la qualité de rédaction et de l'orthographe.
- **TOUT doit être justifié**, sauf avis contraire

Bernard et Bianca sont responsables d'un projet d'installation d'une aire de jeux pour leur quartier.

<u>A - / 5 points</u> (sur le poly)

Pour démarrer leur étude, Bianca fait un sondage afin de connaitre l'âge des 40 enfants du quartier.
Elle a interrogé 4 enfants de 2 ans, 5 enfants de 4 ans, 9 enfants de 6 ans…
Afin de faciliter son interprétation, elle complète le tableau ci-dessous.

1. Compléter la ligne fréquence en pourcentage du tableau. Expliquer un seul calcul sur la copie.

Age (en année)	2	4	6	8	10	12	Total
Effectifs	4	5	9	7	9	6	
Fréquence (en %)							

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

2. Quel est le pourcentage d'enfants de moins de 6 ans (6 ans compris) ?

…………………………………………………………………………………………………

3. Quel est l'âge moyen des enfants ?

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

4. Compléter la ligne des effectifs cumulés. Déterminer la médiane de cette série statistique

Age (en année)	2	4	6	8	10	12	Total
Effectifs	4	5	9	7	9	6	
Effectifs cumulés							X

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

<u>B - / 4 points</u> (sur une copie)

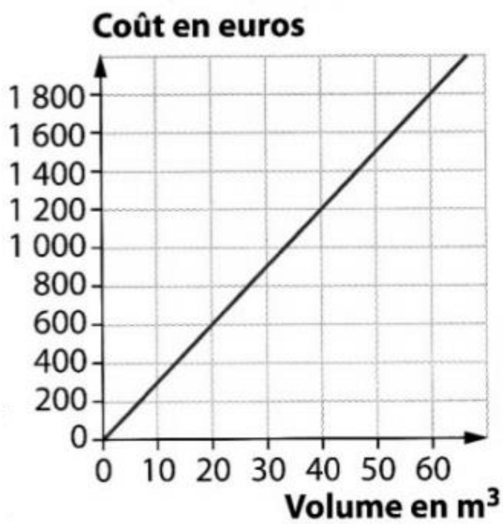
Bernard est chargé d'étudier le coût du transport des différentes marchandises. Il a fait réaliser un devis.
Une entreprise lui a communiqué le graphique ci-contre qui représente le coût du transport en fonction du volume à transporter.

1. Quel serait le coût pour un volume de 20 m^3 ?

2. Avec un budget de 1 200 €, quel serait le volume du camion que Bernard pourrait louer ?

3. Le coût est-il proportionnel au volume transporté ? Justifier.

4. En fait, Bernard devra transporter un volume de 80 m^3. Combien va-t-il payer ? Justifier.



C - / 5 points **(sur une copie)**

Ils savent qu'ils vont devoir faire beaucoup de calculs. Ils préfèrent s'entrainer !

Ils doivent effectuer les calculs suivants en détaillant les étapes et en donnant chaque résultat sous la forme la plus simplifiée.

$A = \frac{4}{5} - \frac{9}{5} \times \frac{8}{3}$ | $B = \frac{5}{18} \times \left(\frac{6}{15} + \frac{4}{15}\right)$ | $C = \dfrac{-3 - 2 \times 6}{\frac{-5}{4}}$ | $D = 142 - (50 - 3 \times 6)$

D - / 3 points **(sur le poly)**

Bernard décide également de revoir les puissances :

1. Ecrire en notation scientifique les nombres suivants :

$430\,000\,000\,000 =$ ……………………………………………………………………………

$0{,}002456 \times 10^4 =$ ……………………………………………………………………………

2. Ecrire sous forme décimale les nombres suivants :

$3{,}7 \times 10^{-5} =$ ……………………………………………………………………………

$2{,}471 \times 10^7 =$ ……………………………………………………………………………

3. Pour chacune des phrases suivantes, convertir le nombre souligné en mètre (m) en utilisant une puissance de dix.

La taille d'une molécule est de $\underline{2\,nm}$: ………………………………… m

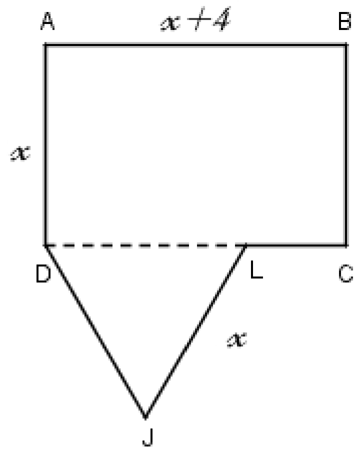
La planète Uranus a son diamètre d'environ $\underline{51\,Mm}$: ………………………………… m

Maintenant, ils doivent réfléchir aux aménagements de cette aire de jeux.

E - / 4 points **(sur une copie)**

Ils pensent à tout d'abord à un bac à sable. Bianca en a une idée très précise : il doit être formé d'un triangle équilatéral et d'un rectangle.

Bernard est d'accord à condition que le périmètre soit de $10\ m$.



1. Exprimer le périmètre de la figure ABCLJD en fonction de x. Réduire l'expression obtenue.

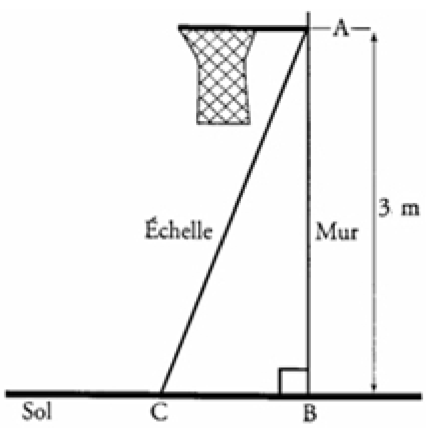
2. A quelle condition le périmètre est égal à 10 m ? (Justifier)

F - / 3 points **(sur une copie)**

Bernard souhaite installer un panier de basket. Il doit le fixer à $3\ m$ du sol. L'échelle dont il se sert mesure $3{,}20\ m$ de long.

A quelle distance du pied du mur doit-il placer l'échelle pour que son sommet soit juste au niveau du panier ?

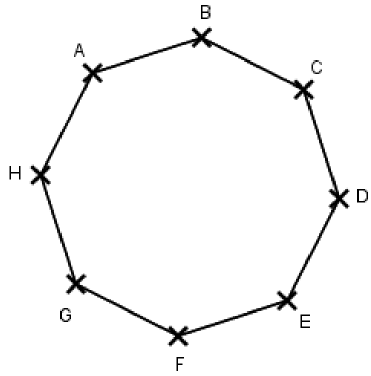
(Donner une valeur approchée au cm près.)



G - / 4 points **(sur le poly puis une copie)**

Pour les plus jeunes, il est décidé d'implanter une « pyramide de corde ». Celle-ci peut être assimilée à une pyramide dont la base est un octogone régulier.

Avant de commencé tous les calculs, Bianca réfléchit sur la forme d'un octogone régulier.
Elle se souvient de son cours de math que « Un octogone régulier est un octogone dont les huit côtés ont la même longueur et dont les angles internes ont même valeur »



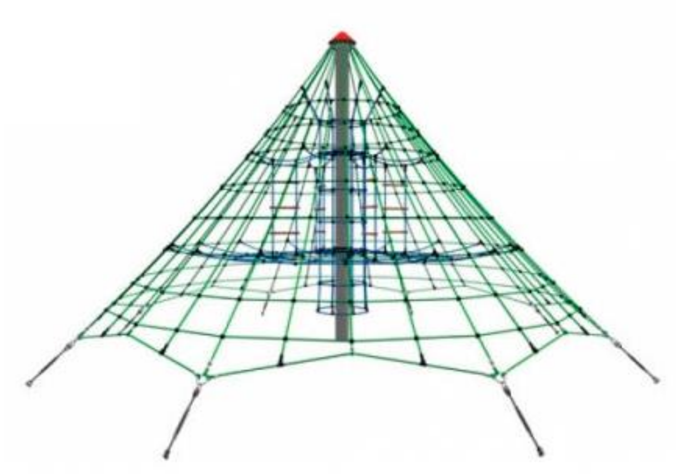
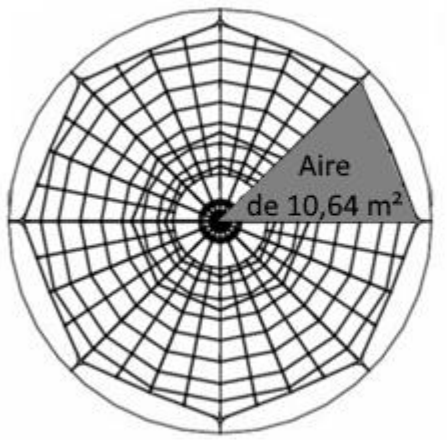
Elle trace, sur l'octogone régulier ci-contre, 8 triangles ……………… puisqu'ils ont (propriété du cours) ………………………………………

…………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………

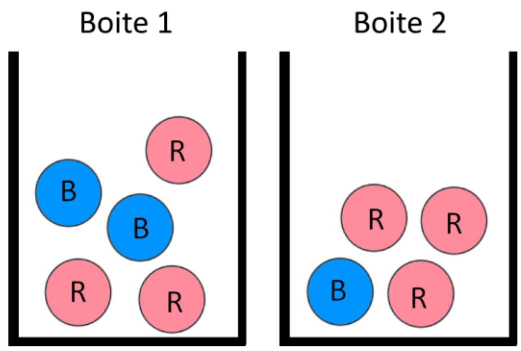
Avec les données qu'ils ont trouvées sur internet, quel est alors le volume de cette pyramide de corde ?

<table>
<tr><th>Vue de profil</th><th>Vue de dessus</th></tr>
<tr><td></td><td>

Aire de la surface grisée : 10,64 m²</td></tr>
<tr><td>DESCRIPTIF : TOUR DE CORDE
<u>Composition :</u>
. 1 mât central de 5,30 m
. 2 filets horizontaux,
. 1 filet pyramidal extérieur,
. 8 tendeurs
. Filets et cordages</td><td><u>Informations techniques :</u>
. 1 m du mât central sera enterré
. Sol de réception recommandé : matériaux meubles
. Besoin en béton : 4,30 m³</td></tr>
</table>

H - / 3 points **(sur une copie)**

Ils hésitent beaucoup au niveau de la couleur des cordes de la pyramide : rouge ou bleu.
Bianca décide donc de mettre dans deux boites des boules bleues et rouges indiscernables au toucher.



1. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge dans la boîte 1 ?

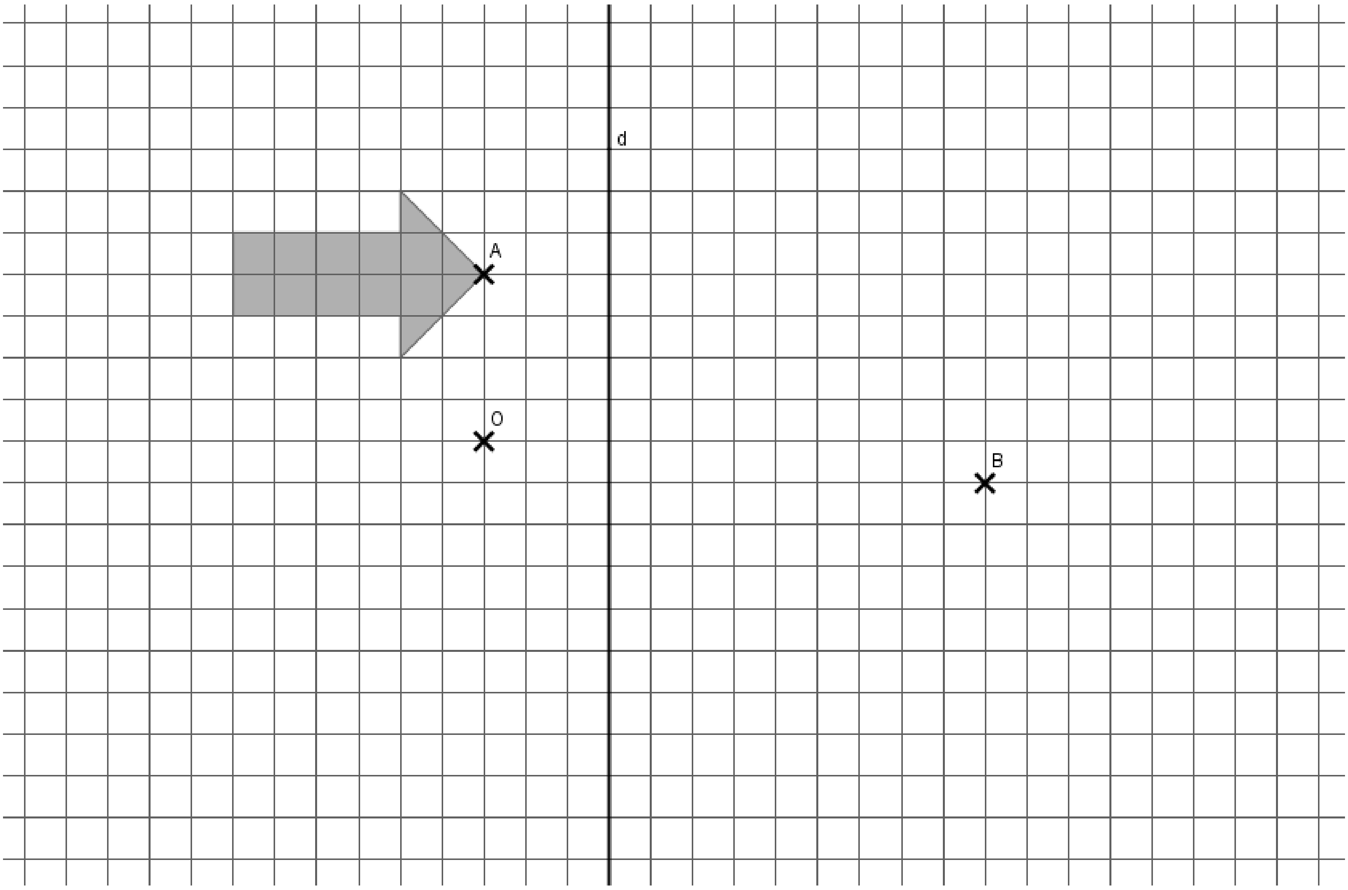
2. Dans quelle boîte la probabilité de tirer une boule rouge est-elle la plus grande ?

3. Combien de boules rouges faut-il ajouter dans la boîte 1 pour que la probabilité de tirer une boule rouge soit la même dans chacune des deux boîtes ?

I - / 4 points **(sur le poly)**

Il ne manque plus que le panneau de signalisation sous la forme d'une flèche.
Construire sur le quadrillage ci-dessous, l'image de la flèche de signalisation par :

1. la symétrie de centre O (en bleu)
2. la symétrie d'axe (d) (en vert)
3. la translation qui transforme A en B (en jaune ou ………………)
4. la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (en rouge)



J - / 4 points **(sur le poly)**

Après avoir bien réfléchi, Bianca décide d'écrire un programme avec le langage Scratch.

1. Elle l'a exécuté avec comme nombre de départ : 5.
Qu'a dit le lutin à la fin du programme ?

…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………

2. Bernard exécute ce programme avec comme nombre de départ : – 4 .
Qu'a dit le lutin à la fin du programme ?

…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………

3. Bernard constate qu'on trouve ………………………………………………………………………

4. Démontrer le résultat émis par Bernard

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

DS 6 – 31 MAI 2017

Durée : 2 h **AVEC Calculatrice**

Bernard et Bianca sont responsables d'un projet d'installation d'une aire de jeux pour leur quartier.

A - 5 points

Pour démarrer leur étude, Bianca fait un sondage afin de connaitre l'âge des 40 enfants du quartier.
Elle a interrogé 4 enfants de 2ans, 5 enfants de 4 ans, 9 enfants de 6 ans…
Afin de faciliter son interprétation, elle complète le tableau ci-dessous.

1. Compléter la ligne fréquence en pourcentage du tableau. Expliquer un seul calcul sur la copie.

Age (en année)	2	4	6	8	10	12	Total
Effectif	**4**	**5**	**9**	**7**	**9**	**6**	40
Fréquence (en %)	10	12,5	22,5	17,5	22,5	15	100

Pour la fréquence pour les enfants âgés de 2 ans : $\frac{4\times100}{40} = 10$

2. Quel est le pourcentage d'enfants de moins de 6 ans (6 ans compris) ?

D'après la question précédente, il y a 45 % d'enfants de moins de 6 ans
Car $10 + 12{,}5 + 22{,}5 = 45$

3. Quel est l'âge moyen des enfants ?

On calcule $m = \frac{2\times4+4\times5+6\times9+8\times7+10\times9+12\times6}{40} = \frac{300}{40} = 7{,}5$
Donc en moyenne, les enfants du quartier ont 7,5 ans.

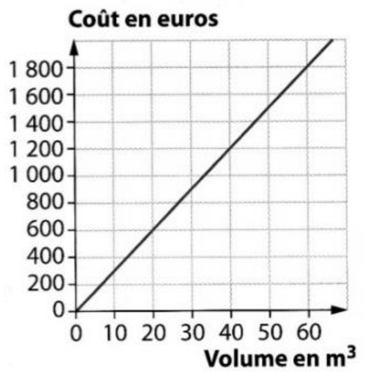
4. Compléter la ligne des effectifs cumulés. Déterminer la médiane de cette série statistique

Age (en année)	2	4	6	8	10	12	Total
Effectif	**4**	**5**	**9**	**7**	**9**	**6**	40
Effectifs cumulés	4	9	18	25	34	40	X

L'effectif total est de 40 (20 + 20)
D'où la médiane est la demi-somme entre la 20e et 21e valeur
Donc la médiane est de 8 ans

B - 4 points

Bernard est chargé d'étudier le coût du transport des différentes marchandises. Il a fait réaliser un devis.
Une entreprise lui a communiqué le graphique ci-contre qui représente le coût du transport en fonction du volume à transporter.



1. Quel serait le coût pour un volume de 20 m³ ?

D'après le graphique, pour 20 m³, on a un coût de 600 €

2. Avec un budget de 1 200 €, quel serait le volume du camion que Bernard pourrait louer ?

Avec 1200€, on peut transporter 40 m³

3. Le coût est-il proportionnel au volume transporté ? Justifier.

Oui, le coût est proportionnel au volume transporté puisque les points sont alignés entre eux et avec l'origine.

4. En fait, Bernard devra transporter un volume de 80 m³. Combien va-t-il payer ?

On sait que le cout est proportionnel au volume

Volume (en m³)	20	80
Coût (en €)	600	x

Alors $x = \frac{600\times80}{20} = 2400$ Donc pour 80 m³ il faut prévoir 2400 €

C - 5 points

Ils savent qu'ils vont devoir faire beaucoup de calculs. Ils préfèrent s'entrainer, ils doivent effectuer les calculs suivants <u>en détaillant les étapes</u> et en donnant chaque résultat sous la forme la plus simplifiée.

$$\boldsymbol{A = \frac{4}{5} - \frac{9}{5} \times \frac{8}{3}}$$

$$A = \frac{4}{5} - \frac{3 \times 3 \times 8}{5 \times 3}$$

$$A = \frac{4}{5} - \frac{3 \times 8}{5}$$

$$A = \frac{4}{5} - \frac{24}{5}$$

$$A = \frac{4 - 24}{5}$$

$$A = -\frac{20}{5}$$

$$A = -4$$

$$\boldsymbol{B = \frac{5}{18} \times \left(\frac{6}{15} + \frac{4}{15}\right)}$$

$$B = \frac{5}{18} \times \frac{6 + 4}{15}$$

$$B = \frac{5}{18} \times \frac{10}{15}$$

$$B = \frac{5 \times 5 \times 2}{9 \times 2 \times 3 \times 5}$$

$$B = \frac{5}{9 \times 3}$$

$$B = \frac{5}{27}$$

$$\boldsymbol{C = \frac{-3 - 2 \times 6}{\frac{-5}{4}}}$$

$$C = (-3 - 12) \times \frac{4}{-5}$$

$$C = \frac{-15 \times 4}{-5}$$

$$C = \frac{-3 \times 5 \times 4}{-5}$$

$$C = 3 \times 4$$

$$C = 12$$

$$\boldsymbol{D = 142 - (50 - 3 \times 6)}$$

$$D = 142 - (50 - 18)$$

$$D = 142 - 32$$

$$D = 110$$

D - 3 points

Bernard décide également de revoir les puissances :

1. Ecrire en notation scientifique les nombres suivants :

$430\,000\,000\,000 = \mathbf{4{,}3 \times 10^{11}}$

$0{,}002456 \times 10^4 = 0{,}002456 \times 10^{-3} \times 10^4 = \mathbf{2{,}456 \times 10^{1}}$

2. Ecrire sous forme décimale les nombres suivants :

$3{,}7 \times 10^{-5} = 3{,}7 \times 0{,}00001 = \mathbf{0{,}000037}$

$2{,}471 \times 10^7 = 2{,}471 \times 10000000 = \mathbf{24\,710\,000}$

3. Pour chacune des phrases suivantes, convertir le nombre souligné en mètre (m) en utilisant une puissance de dix.

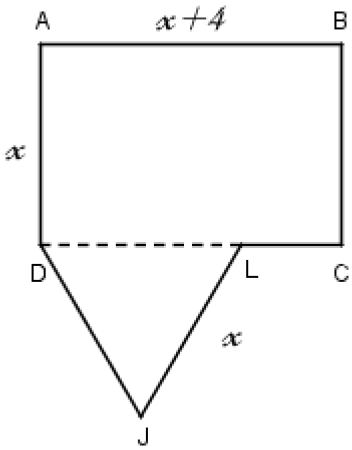
La taille d'une molécule est de $\underline{2\ nm}$: $2 \times 10^{-9}\ m$

La planète Uranus a son diamètre d'environ $\underline{51\ Mm}$: $51 \times 10^{6}\ m$

Maintenant, Ils doivent réfléchir aux aménagements de cette aire de jeux.

E - 4 points

Ils pensent à tout d'abord à un bac à sable. Bianca en a une idée très précise : il doit être formé d'un triangle équilatéral et d'un rectangle.
Bernard est d'accord à condition que le périmètre soit de m .



1. Exprimer le périmètre de la figure ABCLJD en fonction de x. Réduire l'expression obtenue.

Le périmètre de ABCLJD est :

$$P_{ABCJD} = AB + BC + CL + LJ + JD + DA$$
$$= x + 4 + x + 4 + x + x + x$$
$$= 5x + 8$$

2. A quelle condition le périmètre est égal à 10 m ? (Justifier)

On cherche x telque $P_{ABCJD} = 10$

$$5x + 8 = 10$$
$$5x = 10 - 8$$
$$5x = 2$$
$$x = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

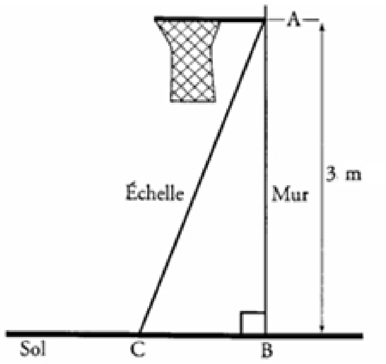
Il faut que $x = 0{,}4$ cm pour que le périmètre soit de 10 m.

F - 3 points

Bernard souhaite installer un panier de basket. Il doit le fixer à $3\ m$ du sol. L'échelle dont il se sert mesure $3,20\ m$ de long.

A quelle distance du pied du mur doit-il placer l'échelle pour que son sommet soit juste au niveau du panier ?

(Donner une valeur approchée au cm près.)



On sait que le triangle ABC est rectangle en B avec $AB = 3,05$ et $AC = 3,20$

D'après le théorème de Pythagore :

On obtient

$$AC^2 = BC^2 + BA^2$$
$$3,20^2 = BC^2 + 3^2$$
$$10,24 = BC^2 + 9$$
$$BC^2 = 10,24 - 9$$
$$BC^2 = 1,24$$

D'où $\boldsymbol{BC = \sqrt{1,24} \approx 1,11}$

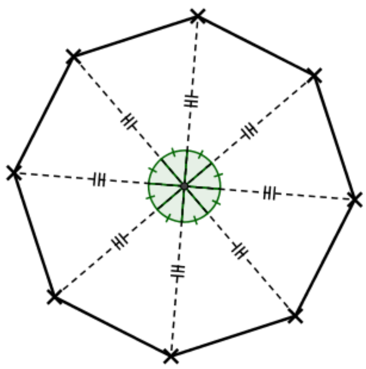
Donc Bernard doit mettre son échelle à $1,11\ m$ du pied du mur

G - 4 points

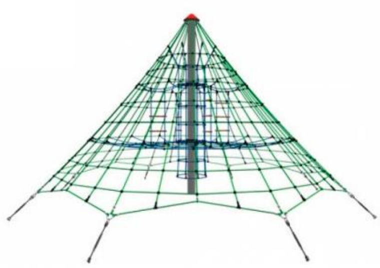
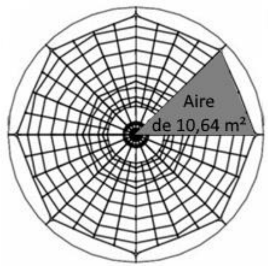
Pour les plus jeunes, il est décidé d'implanter une « pyramide de corde ». Celle-ci peut être assimilée à une pyramide dont la base est un octogone régulier.

Avant de commencé tous les calculs, Bianca réfléchit sur la forme d'un octogone régulier.
Elle se souvient de son cours de math que « Un octogone régulier est un octogone dont les huit côtés ont la même longueur et dont les angles internes ont même valeur »

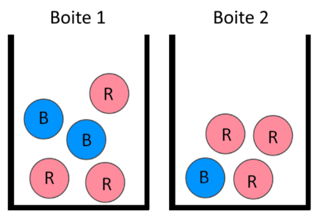
Elle trace, sur l'octogone régulier ci-contre, 8 triangles égaux **puisqu'ils ont (propriétés du cours)** un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de mêmes longueurs



Avec les données qu'ils ont trouvées sur internet, quel est alors le volume de cette pyramide ?

	 Aire de la surface grisée : 10,64 m²	On constate d'une partie de l'aire de la base fait 10,64 m² Donc l'aire de base fait 85,12 m² car $8 \times 10,64 = 85,12$ Or le volume d'une pyramide : $V_{pyramide} = \frac{1}{3} \times A_{base} \times h$
DESCRIPTIF : TOUR DE CORDE Composition : . 1 mât central de 5,30 m . 2 filets horizontaux, . 1 filet pyramidal extérieur, . 8 tendeurs . Filets et cordages	Informations techniques : . 1 m du mât central sera enterré . Sol de réception recommandé : matériaux meubles . Besoin en béton : 4,30 m³	Et le mat central mesure 5,30 m mais 1 mètre sera enterré Alors $h = 5,3 - 1 = 4,3$ D'où $V_{pyramide} = \frac{1}{3} \times 85,12 \times h$ $V_{pyramide} = \frac{1}{3} \times 85,12 \times 4,3$ $V_{pyramide} \approx 122,0053$ Donc le volume de la pyramide sera d'environ 122 m³

H - 3 points



Ils hésitent beaucoup au niveau de la couleur des cordes de la pyramide : rouge ou bleu.
Bianca décide donc de mettre dans deux boites des boules bleues et rouges indiscernables au toucher.

1. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge dans la boîte 1 ?

Dans la boîte 1, il y a 3 boules rouges sur les 5

D'où une probabilité de tirer une boule rouge dans la boite 1 est de $\frac{3}{5}$

2. Dans quelle boîte la probabilité de tirer une boule rouge est-elle la plus grande ?

Dans la boîte 1, il y a 3 boules rouges sur les 5 d'où une probabilité de $\frac{3}{5}$

Dans la boîte 2, il y a 3 boules rouges sur les 4 d'où une probabilité de $\frac{3}{4}$

Or $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$

Donc il y a plus de chance de tirer une boule rouge dans la boite 2

3. Combien de boules rouges faut-il ajouter dans la boîte 1 pour que la probabilité de tirer une boule rouge soit la même dans chacune des deux boîtes ?

On sait que $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

Il faudrait donc 6 boules rouges sur les 8 boules pour avoir la même probabilité

Au départ il y a 3 boules rouges, il faut donc en rajouter 3

I - 4 points

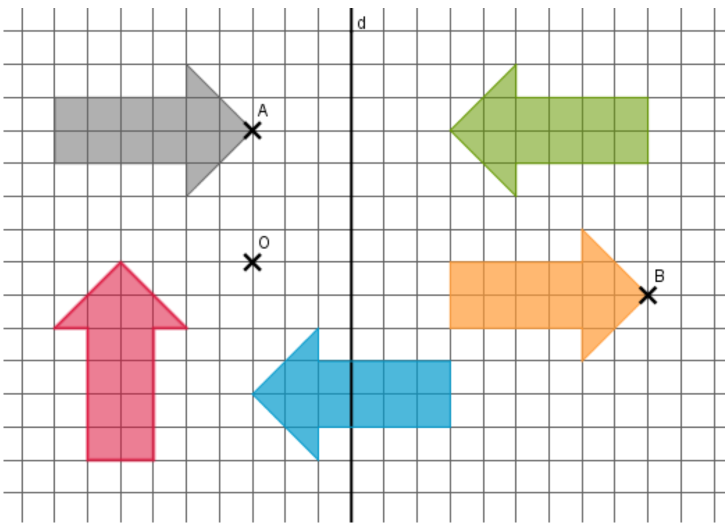
Il ne manque plus que le panneau de signalisation sous la forme d'une flèche.
Construire sur le quadrillage ci-dessous, l'image de la flèche de signalisation par :

1. la symétrie de centre O (en bleu)

2. la symétrie d'axe (d) (en vert)

3. la translation qui transforme A en B (en jaune ou ………………)

4. la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. (en rouge)



J - 4 points

Après avoir bien réfléchi, Bianca décide d'écrire un programme avec le langage Scratch.
Elle l'a exécuté avec comme nombre de départ : 5.
Qu'a dit le lutin à la fin du programme ?

Première étape : $N = 5$

Deuxième étape : $N = 5 + 3 = 8$

Troisième étape : $N = 8 \times 2 = 16$

Quatrième étape : $N = 16 - 6 = 10$

Donc $N = 10$

Bernard exécute ce programme avec comme nombre de départ : – 4 .
Qu'a dit le lutin à la fin du programme ?

Première étape : $N = -4$

Deuxième étape : $N = -4 + 3 = -1$

Troisième étape : $N = -1 \times 2 = -2$

Quatrième étape : $N = -2 - 6 = -8$

Donc $N = -8$

Bernard constate qu'on trouve toujours le double du nombre choisi au départ

Démontrer le résultat émis par Bernard

On pose x comme nombre au départ

Alors $2(x+3) - 6 = 2 \times x + 2 \times 3 - 6$

$= 2x + 6 - 6 = 2x$

On prouve donc le double du nombre initial