Résolution d'équations

Équation (Vocabulaire)

- **Équation :** Égalité comportant des variables (appelées **inconnues**).
- **Solutions :** Valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vraie.
- **Résoudre une équation :** c'est déterminer toutes les solutions.
- Dans une équation, **premier membre = second membre**.

Exemple : $n(n-5)+10=2n-3$ est une équation d'inconnue n.
$n(n-5)+10$ est le 1e membre et $2n-3$ le 2nd membre.

Égalités et opérations

Une **égalité reste vraie** si toute opération effectuée dans un membre est également effectuée dans l'autre.

Exemples :Résoudre les équations suivantes :

Cas : $x+a=b$
$x+6=-5$
$x+6-6=-5-6$
$x=-11$

Cas : $x-a=b$
$x-9=17$
$x-9+9=17+9$
$x=26$

Cas : $ax=b$
$-4x=-22$
$\frac{-4x}{-4}=\frac{-22}{-4}$
$x=5{,}5$

Cas : $\frac{x}{a}=b$
$\frac{x}{3}=12{,}7$
$\frac{x}{3}\times 3=12{,}7\times 3$
$x=38{,}1$

Transposer

Lorsqu'on change un terme/facteur de membre (**transposer**), on applique au terme/facteur transposé **l'opération inverse.**

Méthode. Résoudre une équation du 1e degré (en transposant)

L'objectif est d'isoler l'inconnue x dans un des membres : on met les **termes avec des x dans un membre** (souvent le 1e) et les **nombres dans l'autre**.

Énoncé. Résoudre l'équation : $7x+5=3x-15$

Solution.
On isole l'inconnue x dans le 1e membre : pour cela, on transpose $\mathbf{3x}$ dans le 1e membre qui devient $-\mathbf{3x}$ et $+\mathbf{5}$ dans le 2nd membre qui devient $-\mathbf{5}$

$$7x+5=3x-15$$
-5
$-3x$

$$7x-3x=-15-5$$
$$4x=-20$$
$\div 4$

Ensuite on transpose $\times 4$ dans le 2nd membre qui devient $\div 4$ ou $\frac{}{4}$

$$x=-\frac{20}{4}$$
$$\boldsymbol{x=-5}$$

La solution de l'équation est -5 $\quad \boldsymbol{S=\{-5\}}$

Méthode. Résoudre un problème à l'aide d'une équation

- Choisir l'**Inconnue** (c'est la réponse à la question posée) et la nommer avec une lettre
- **Modéliser** le problème (mettre le problème en équation), en traduisant toutes les informations de l'énoncé du problème afin d'écrire une équation
- **Résoudre** l'équation
- **Vérifier** que la solution trouvée « marche »
- **Conclure** avec une phrase, par rapport au problème posé.

Résoudre une équation produit nul

Équation produit $A\times B=0$

- On résout les deux équations $A=0$ et $B=0$
- Pour se ramener à une équation produit nul, il faut parfois factoriser.

Exemples :

- Résoudre l'équation $(3x-12)(-2x+4)=0$
  On a donc $3x-12=0$ ou $-2x+4=0$
  $3x=12$ ou $-2x=-4$
  $x=\frac{12}{3}=4$ ou $x=-\frac{4}{-2}=2$
  Donc $\boldsymbol{S=\{2\,;4\}}$
- Résoudre l'équation $x^2-49=0$
  On a donc $(x-7)(x+7)=0$
  Alors $x=7$ ou $x=-7$
  Donc $\boldsymbol{S=\{-7\,;7\}}$

Résoudre une équation du type $x^2=a$

- **si $a<0$, zéro solution : $S=\emptyset$**
- **si $a=0$, une solution : $S=\{0\}$**
- **si $a>0$, deux solutions : $S=\{-\sqrt{a}\,;\sqrt{a}\}$**

Remarque : Résoudre l'équation $x^2=a$ revient à résoudre l'équation produit nul $(x-a)(x+a)=0$

Exemple :

- L'équation $x^2=30$ admet **deux** solutions : $\sqrt{30}$ et $-\sqrt{30}$.
- L'équation $x^2=-1$ n'a pas de solution