DS 4 – 8 FEVRIER 2019

Durée : 1h50 **AVEC Calculatrice**

NOM : **Prénom :**

Bilan	Présentation	Algorithme	Algèbre	Fonction	Statistique	Géométrie
/ 40	/ 1	/ 3	/ 3	/ 13	/ 11	/ 9

ALGORITHMIQUE – 3 POINTS –

Exercice 1 **- 2 points - (sur le poly)**

Voici ce programme en langage naturel, transpose le langage Python :

Demande à l'utilisateur un nombre entier

Teste le nombre pour savoir s'il est inférieur à 5

- si la réponse est vraie : le nombre est augmenté de 1
- sinon le nombre est diminué de 1

Renvoie le nouveau résultat

```
a= int(input('Donne un nombre :'))
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………
```

Exercice 2 **- 1 point - (sur le poly)**

Par quoi remplacer les ... pour que le programme précédent affiche la plus petite valeur de n telle que $n^2 + 3n + 2$ dépasse 1000 ?

```
n=0
……………………………………………………………………………………………………
   n += 1
print(n)
```

ALGEBRE – 3 POINTS –

Exercice 3 **- 2 points - (sur une copie)**

Résoudre l'équation $\dfrac{9x^2 - 25}{(x+2)(3x-5)} = 0$

Exercice 4 **- 1 point - (sur le poly)**

Compléter les tableaux de signes suivants :

x	
$5x + 15$	

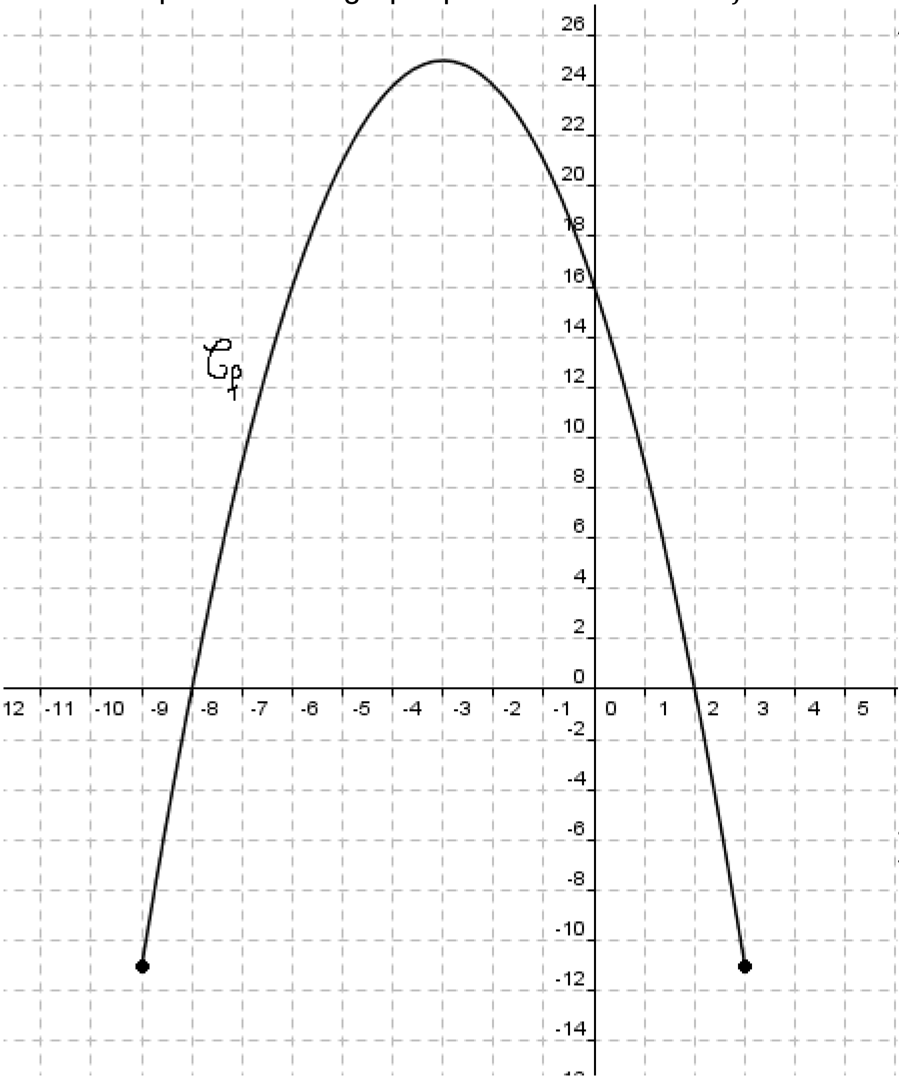
x	
$6 - 3x$	

FONCTION – 13 POINTS –

Exercice 5 **Les parties I et II sont indépendantes**

Partie I : Etude graphique d'une fonction - 7 points - (sur le poly)

Voici la représentation graphique C_f de la fonction f dans un repère orthonormé.



A l'aide du graphique répondre aux questions suivantes :

1) Déterminer l'ensemble de définition de cette fonction f.

……………………………………………………

……………………………………………………

2) Quel est l'image de -4 ?

……………………………………………………

……………………………………………………

3) Quel(s) est (sont) le(s) antécédent(s) de 16 ?

……………………………………………………

……………………………………………………

……………………………………………………

……………………………………………………

4) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

5) Résoudre graphiquement :

a) $f(x) = 0$ ……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

b) $f(x) \geq 16$ ……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

c) $f(x) < x + 16$ ……………………………………………………………………………………

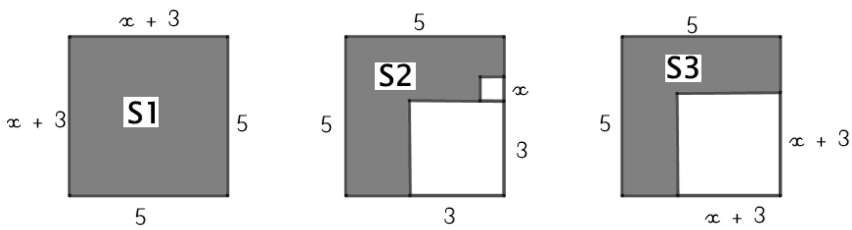
……………………………………………………………………………………………………

Partie II : Exemple concret - 6 points - (sur une copie)

La fonction étudiée en partie I, a pour expression $A(x) = 25 - (x + 3)^2$

Soit x un nombre strictement positif.

1) Laquelle de ces surfaces coloriées ci-dessous a pour aire $A(x)$? (Justifier)



2) Développer et réduire $A(x)$.

3) Factoriser $A(x)$.

4) Calculer $A(x)$ pour $x = \sqrt{2}$. (Donner la réponse sous la forme $a + b\sqrt{2}$ avec a et b entiers.)

5) Pour quelle valeur de x a-t-on $A(x) = 0$? puis $A(x) = 16$? (Justifier par calcul)

STATISTIQUE – 11 POINTS –

<u>Exercice 6</u> - 4 points - (sur une copie)

Le tableau ci-dessous qui donne la distribution des salaires mensuels bruts des 100 salariés d'une entreprise.

Salaires en euros	1600	1820	2100	2430	2870	3240	4180
Effectifs	14	20	18	16	14	10	8

1. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la médiane, le premier et le troisième quartiles.

2. Représenter la distribution des salaires à l'aide d'un diagramme en boîte.

3. Calculer le montant du salaire mensuel brut moyen.

4. Calculer le pourcentage de la masse salariale perçue par l'ensemble des salariés dont le salaire est inférieur ou égal à $1\,820$ €.

<u>Exercice 7</u> - 4 points - (sur une copie)

Dans un petit village du Gard où la taxe d'habitation est proportionnelle à la surface d'habitation, la répartition des habitations suivant leur superficie en m² est la suivante :

Superficie	$[10\,;40[$	$[40\,;70[$	$[70\,;100[$	$[100\,;120[$	$[120\,;140[$	$[140\,;170[$
Effectif	14	24	54	64	32	12

1. Avec la calculatrice, déterminer la superficie moyenne des habitations du village, les superficies du premier quart, de la moitié, du dernier quart des habitations des plus petites aux plus grandes.

2. En précisant quel(s) paramètre(s) vous utilisez répondre aux questions suivantes :

    a. Un membre du conseil municipal propose d'exonérer de taxe, la moitié des personnes, bien sur celles dont les habitations sont les plus petites. Une personne dont le logement a pour superficie 125 m² serait-elle exonérée ?

    b. Un autre membre du conseil municipale propose, cette fois, d'exonérer le quart seulement des personnes, toujours pour les habitations les plus petites. Une personne dont le logement a pour superficie 78 m² serait-elle exonérée ?

<u>Exercice 8</u> - 3 points - (sur une copie)

1. Dans une classe il y a 20 élèves dont la taille moyenne est de $1{,}75\,m$. Un nouvel élève arrive, qui mesure $1{,}96\,m$. Calculer la nouvelle taille moyenne des élèves de la classe.

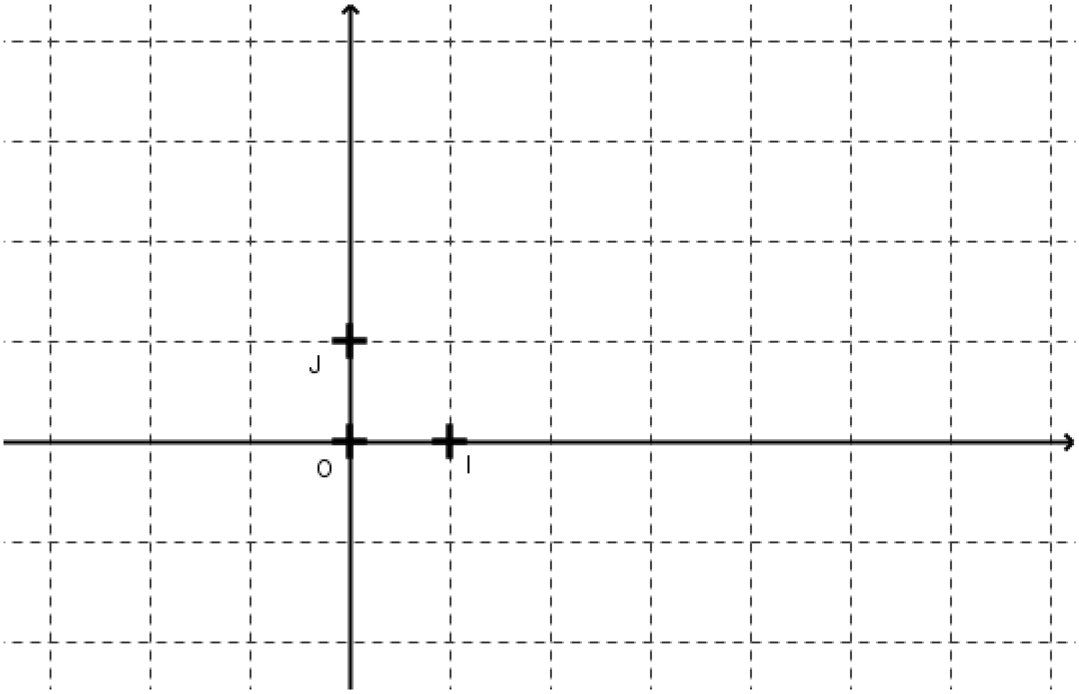
2. Dans une classe il y a 10 élèves dont la taille moyenne était de $1{,}73\,m$. Après l'arrivée d'un nouvel élève, la taille moyenne est de $1{,}74\,m$. Calculer la taille du nouvel élève.

GEOMETRIE – 9 POINTS –

Exercice 9 **- 9 points - (sur une copie, sauf le graphique)**

Dans un repère (O, I, J) orthonormé que l'on complétera par la suite, on considère les points :

$C(0\,;3)$, $H(4\,;1)$, $A(2\,;-1)$ et $T(-2\,;1)$



1) Démontrer que $ATCH$ est un parallélogramme

2) Sachant que $AT = 2\sqrt{5}$, calculer le périmètre de $ATCH$.

3) $[AM]$ est la médiane issue de A du triangle ACH. Calculer les coordonnées de M.

4) Soit B le symétrique de A par rapport à H. Calculer les coordonnées de B.

5) Que peut-on dire des droites (AM) et (BC) ? (Justifier)

DS 4 – 8 FEVRIER 2019

Durée : 1h50 **AVEC Calculatrice**

ALGORITHMIQUE – 3 POINTS –

Exercice 1 **- 2 points - (sur le poly)**

Voici ce programme en langage naturel, transpose le langage Python :

Demande à l'utilisateur un nombre entier
Teste le nombre pour savoir s'il est inférieur à 5
• si la réponse est vraie : le nombre est augmenté de 1
• sinon le nombre est diminué de 1
Renvoie le nouveau résultat
	`a= int(input('Donne un nombre :'))`
	`if a < 5 :`
	`    a = a + 1`
	`else:`
	`    a = a - 1`
	`print(a)`

Exercice 2 **- 1 point - (sur le poly)**

Par quoi remplacer les ... pour que le programme précédent affiche la plus petite valeur de n telle que n^2+3n+2 dépasse 1000 ?

```
n=0
while n**2+3*n+2 < 1000 :
    n += 1
print(n)
```

ALGEBRE – 3 POINTS –

Exercice 3 **- 2 points - (sur une copie)**

Résoudre l'équation $\dfrac{9x^2-25}{(x+2)(3x-5)}=0$

Valeurs interdites : – 2 et $\frac{5}{3}$

Car $x+2=0$ $x=-2$

$3x-5=0$ $x=\frac{5}{3}$

Résolution :

$\dfrac{9x^2-25}{(x+2)(3x-5)}=0$

D'après la règle du quotient nul : $9x^2-25=0$

$(3x)^2-5^2=0$

$(3x-5)(3x+5)=0$

Soit $3x-5=0$ $x=\frac{5}{3}$

Soit $3x+5=0$ $x=-\frac{5}{3}$

Solutions possibles : $\frac{5}{3}$ et $-\frac{5}{3}$

Bilan :

Valeurs interdites : – 2 et $\frac{5}{3}$

Solutions possibles : $\frac{5}{3}$ et $-\frac{5}{3}$

Conclusion : $\boxed{S=\left\{-\frac{5}{3}\right\}}$

Exercice 4 **- 1 point - (sur le poly)**

Compléter les tableaux de signes suivants :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$5x+15$	$-$	0	$+$

justification

$5x+15=0$

$x=-\frac{15}{5}=-3$

et

$m=5>0$

x	$-\infty$	$+2$	$+\infty$
$6-3x$	$+$	0	$-$

justification

$6-3x=0$

$x=\frac{-6}{-3}=+2$

et

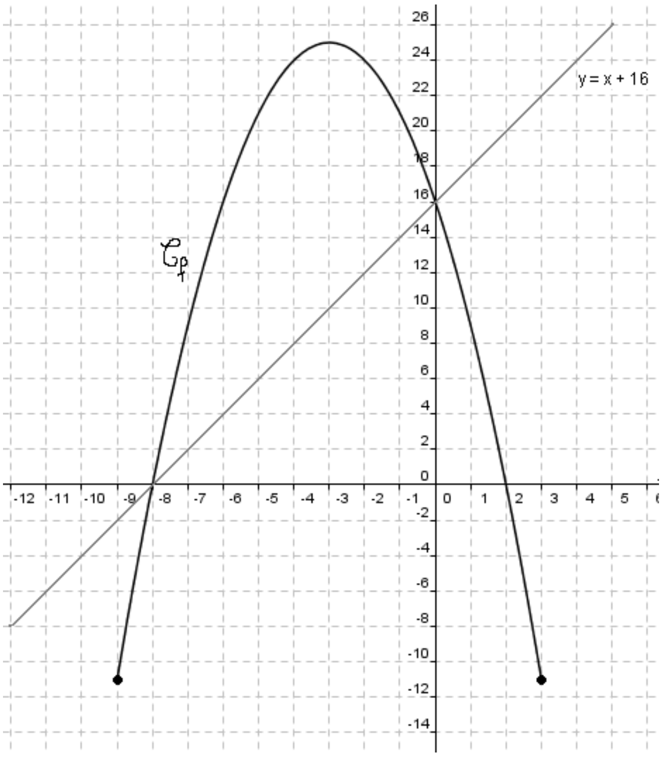
$m=-3<0$

FONCTION– 13 POINTS –

Exercice 6 **Les parties I et II sont indépendantes**

Partie I : Etude graphique d'une fonction - 7 points -

A l'aide du graphique répondre aux questions suivantes :



1) L'ensemble de définition de la fonction f est : [-9 ; 3]

2) L'image de -4 par la fonction f est 24.

3) Les antécédents de 16 par la fonction f sont -6 et 0.

4) Le tableau de variations de la fonction f.

x	-9	-3	3
Variation de la fonction f	-11 ↗	25	↘ -11

5) Résoudre graphiquement :

a) $f(x)=0$

Les solutions sont les abscisses des points de la courbe Cf dont l'ordonnée vaut 0.

On trouve $S=\{-8\,;\,2\}$

b) $f(x)\geq 16$ Les solutions sont les abscisses des points de la courbe Cf dont l'ordonnée est supérieure ou égale à 16. On trouve $S=[-6\,;\,0]$

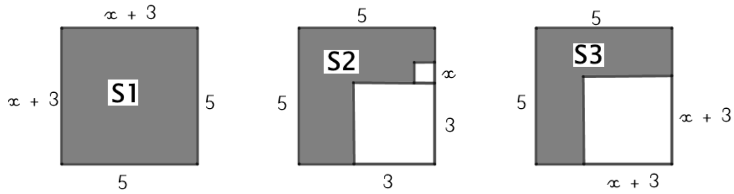
c) $f(x)<x+16$ Les solutions sont les abscisses des points de la courbe Cf situé strictement au dessus de la droite d'équation $y=x+16$.

On trouve $S=[-9\,;\,-8[\,\cup\,]0\,;\,3]$

Partie II : Exemple concret - 6 points -

$A(x) = 25 - (x + 3)^2$

1) La surface correspondante est S3.
Car on travaille dans un carré de côté 5, donc d'aire 25 auquel on ôte un autre carré de côté $(x + 3)$, donc d'aire $(x + 3)^2$.



2)
$$A(x) = 25 - (x+3)^2$$
$$A(x) = 25 - (x^2 + 6x + 9)$$
$$A(x) = 25 - x^2 - 6x - 9$$
$$A(x) = -x^2 - 6x + 16$$
Donc $\boxed{A(x) = -x^2 - 6x + 16}$

3)
$$A(x) = 25 - (x+3)^2$$
$$A(x) = 5^2 - (x+3)^2$$
$$A(x) = [5 - (x+3)][5 + (x+3)]$$
$$A(x) = [5 - x - 3][5 + x + 3)]$$
$$A(x) = (2 - x)(8 + x)$$
Donc $\boxed{A(x) = (2 - x)(8 + x)}$

4)
$$A\left(\sqrt{2}\right) = -(\sqrt{2})^2 - 6\sqrt{2} + 16$$
$$A\left(\sqrt{2}\right) = -2 - 6\sqrt{2} + 16$$
$$A\left(\sqrt{2}\right) = 14 - 6\sqrt{2}$$
Donc $\boxed{A\left(\sqrt{2}\right) = 14 - 6\sqrt{2}}$

5)
$A(x) = 0$

$(2 - x)(8 + x) = 0$

Soit $2 - x = 0$ $\quad x = 2$

Soit $8 + x = 0$ $\quad x = -8$

Donc $\boxed{S = \{-8; 2\}}$

$A(x) = 16$

$-x^2 - 6x + 16 = 16$

$-x^2 - 6x = 0$

$-x(x + 6) = 0$

Soit $-x = 0$ $\quad x = 0$

Soit $x + 6 = 0$ $\quad x = -6$

Donc $\boxed{S = \{0; -6\}}$

STATISTIQUE – 11 POINTS –

Exercice 6 - 4 points - (sur une copie)

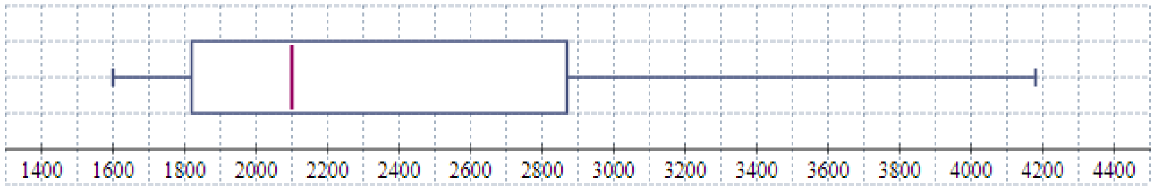
Le tableau ci-dessous qui donne la distribution des salaires mensuels bruts des 100 salariés d'une entreprise.

Salaires en euros	1600	1820	2100	2430	2870	3240	4180
Effectifs	14	20	18	16	14	10	8
Fréquences CC	0,14	0,34	0,52	0,68	0,82	0,92	1

1. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la médiane, le premier et le troisième quartiles.

A l'aide de la calculatrice, on trouve ;
- salaire médian est $Me = 2100$
- premier quartile est $Q_1 = 1820$
- le troisième quartile est $Q_3 = 2870$

2. Représenter la distribution des salaires à l'aide d'un diagramme en boîte.



3. Calculer le montant du salaire mensuel brut moyen.

Le salaire mensuel moyen est 2415 € car $\frac{241500}{100} = 2\,415$

4. Calculer le pourcentage de la masse salariale perçue par l'ensemble des salariés dont le salaire est inférieur ou égal à 1 820 €.

En complétant une ligne avec les fréquences cumulées croissantes, on trouve que :

34 % des salaires sont inférieurs ou égaux à 1 820 €.

<u>Exercice 7</u> - 4 points - (sur une copie)

Dans un petit village du Gard où la taxe d'habitation est proportionnelle à la surface d'habitation, la répartition des habitations suivant leur superficie en m² est la suivante :

Superficie	$[10\,;40[$	$[40\,;70[$	$[70\,;100[$	$[100\,;120[$	$[120\,;140[$	$[140\,;170[$
Effectif	**14**	**24**	**54**	**64**	**32**	**12**
ECC	14	38	92	156	188	200

1. Avec la calculatrice, déterminer la superficie moyenne des habitations du village, les superficies du premier quart, de la moitié, du dernier quart des habitations des plus petites aux plus grandes.

Pour calculer avec la calculatrice on considère que dans chaque classe les logements ont pour surface le centre de la classe.

On trouve : Moyenne : 96,6 m²
Premier quartile : 85 dans la classe $[70\,;100[$
Médiane : 110 m² dans la classe $[100\,;120[$
Troisième quartile : 110 m² dans la classe $[100\,;120[$

2. En précisant quel(s) paramètre(s) vous utilisez répondre aux questions suivantes :
a. Un membre du conseil municipal propose d'exonérer de taxe, la moitié des personnes, bien sur celles dont les habitations sont les plus petites. Une personne dont le logement a pour superficie 125 m² serait-elle exonérée ?

La classe médiane étant $[100\,;120[$, cela signifie que 50% des personnes ont un logement dont la superficie est inférieure à 120 m²

<u>Donc</u> on peut considérer que pour une superficie de 125 m², la personne n'est pas exonérée.

b. Un autre membre du conseil municipale propose, cette fois, d'exonérer le quart seulement des personnes, toujours pour les habitations les plus petites. Une personne dont le logement a pour superficie 78 m² serait-elle exonérée ?

Le classe du premier quartile étant $[70\,;100[$, cela signifie que 25% des personnes ont un logement dont la superficie est inférieure à 100 m²

<u>Donc</u> on peut considérer que pour une superficie de 82 m² sera exonérée.

<u>Exercice 8</u> - 3 points - (sur le poly)

1. Dans une classe il y a $\mathbf{20}$ élèves dont la taille moyenne est de $\mathbf{1,75\ m}$. Un nouvel élève arrive, qui mesure $\mathbf{1,96\ m}$. Calculer la nouvelle taille moyenne des élèves de la classe.

On a 20 élèves dont la taille moyenne est de $1{,}75\ m$ et un nouvel élève qui mesure $1{,}96\ m$.

$$\frac{20\times 1{,}75+1\times 1{,}96}{20+1}=\frac{35+1{,}96}{21}=1{,}76$$

<u>Donc</u> la nouvelle taille moyenne des élèves de la classe est de $1{,}76\ m$

2. Dans une classe il y a $\mathbf{10}$ élèves dont la taille moyenne était de $\mathbf{1,73\ m}$. Après l'arrivée d'un nouvel élève, la taille moyenne est de $\mathbf{1,74\ m}$. Calculer la taille du nouvel élève.

On a 10 élèves dont la taille moyenne est de $1{,}73\ m$. et un nouvel élève qui mesure $x\ m$.

$$\frac{10\times 1{,}73+1\times x}{10+1}=1{,}74$$

$$\frac{17{,}3+x}{11}=1{,}74$$
$$17{,}3+x=1{,}74\times 11$$
$$x=19{,}14-17{,}3$$
$$x=1{,}84$$

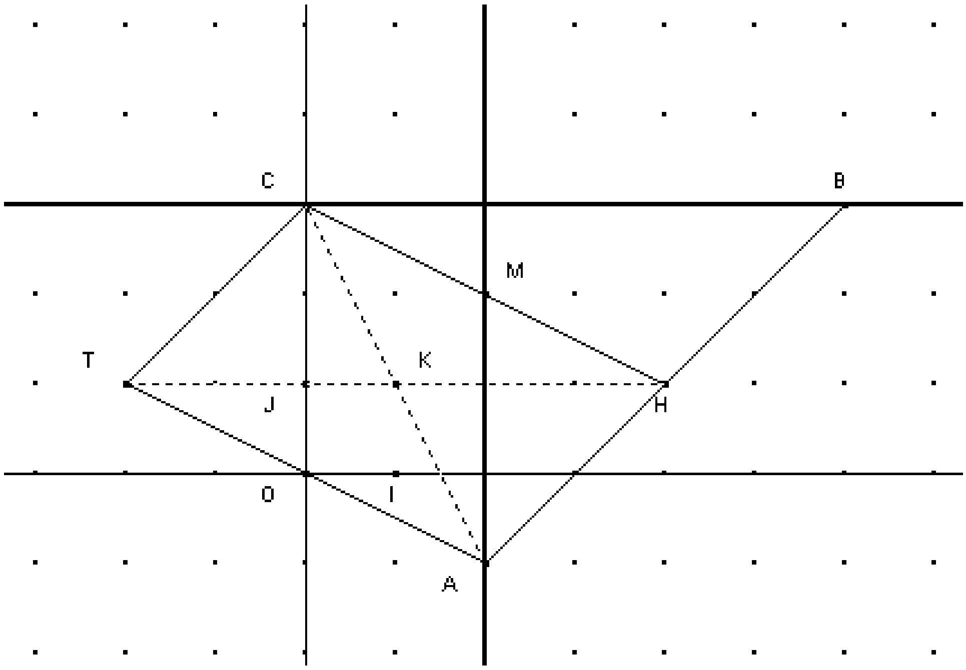
<u>Donc</u> la taille du nouvel élève est de $1{,}84\ m$

GEOMETRIE – 9 POINTS –

Exercice 9 **- 9 points - (sur le poly)**

Dans un repère (O, I, J) orthonormé que l'on complétera par la suite, on considère les points

$C(0\,;3)$, $H(4\,;1)$, $A(2\,;-1)$ et $T(-2\,;1)$



1) Démontrer que ATCH est un parallélogramme

Pour cela recherchons les coordonnées I et I' les milieux respectifs de $[AC]$ et $[TH]$

K milieu de $[AC]$

$K\left(\dfrac{x_A+x_C}{2};\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$

$K\left(\dfrac{2+0}{2};\dfrac{-1+3}{2}\right)$

$K(1;1)$

K' milieu de $[TH]$

$K'\left(\dfrac{x_T+x_H}{2};\dfrac{y_T+y_H}{2}\right)$

$K'\left(\dfrac{-2+4}{2};\dfrac{1+1}{2}\right)$

$K'(1;1)$

Les points K et K' sont confondus

Les diagonales $[AC]$ et $[TH]$ du quadrilatère $ATCH$ se coupent en leurs milieux

Donc $ATCH$ est un parallélogramme

2) Sachant que $AT = 2\sqrt{5}$, calculer le périmètre de ATCH.

On sait que $ATCH$ est un parallélogramme

D'où $P_{ATCH} = 2\,(AT + AH) = 2\,(2\sqrt{5} + AH)$

Or $AH = \sqrt{(x_H-x_A)^2+(y_H-y_A)^2} = \sqrt{(4-2)^2+(1-(-1))^2} = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

Donc $P_{ATCH} = 2\,(2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}) = 4\sqrt{5} + 4\sqrt{2}$

Conclusion : le périmètre de $ATCH$ est de $4\sqrt{5} + 4\sqrt{2}$ unités

3) $[AM]$ est la médiane issue de A du triangle ACH. Calculer les coordonnées de M.

On sait que [AM] est la médiane issue de A du triangle ACH.

D'où M est le milieu de [CH]

Alors $M\left(\dfrac{x_C+x_H}{2};\dfrac{y_C+y_H}{2}\right)$ $M\left(\dfrac{0+4}{2};\dfrac{3+1}{2}\right)$ $M(2;2)$

Donc $M\,(2\,;\,2)$

4) Soit B le symétrique de A par rapport à H. Calculer les coordonnées de B.

On sait que B est le symétrique de A par rapport à H,

Alors le point H est le milieu de [AB].

$$x_H = \frac{x_A + x_B}{2} \qquad y_H = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$4 = \frac{2 + x_B}{2} \qquad 1 = \frac{-1 + y_B}{2}$$

$$8 = 2 + x_B \qquad 2 = -1 + y_B$$

$$6 = x_B \qquad 3 = y_B$$

Donc $\boxed{B(6\,;\,3)}$

5) Que peut-on dire des droites (AM) et (BC) ? (Justifier)

On sait que B et C ont la même ordonnée

D'où la droite (BC) est parallèle à l'axe des abscisses

On sait que $ATCH$ est un parallélogramme d'où (CH) // (AT)

M est le milieu de $[CH]$

O est le milieu de $[TA]$ car milieu de $[TA]$ a pour coordonnées $(0\,;0)$

D'où $CMAO$ a deux côtés opposés parallèles et de même longueur

Donc $CMAO$ est un parallélogramme

D'où les droites (OC) et (AM) sont parallèles

D'où la droite (AM) est parallèle à l'axe des ordonnées

Comme on travaille dans un repère orthonormé

On sait que (OI) et (OJ) sont perpendiculaires

D'où (AM) et (BC) sont également perpendiculaires