DS 3 – 13 DECEMBRE 2018

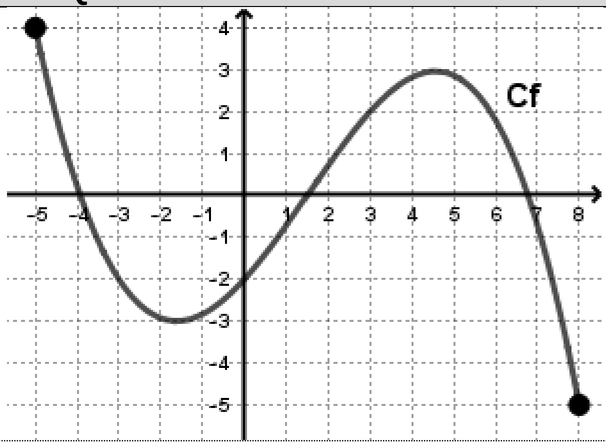
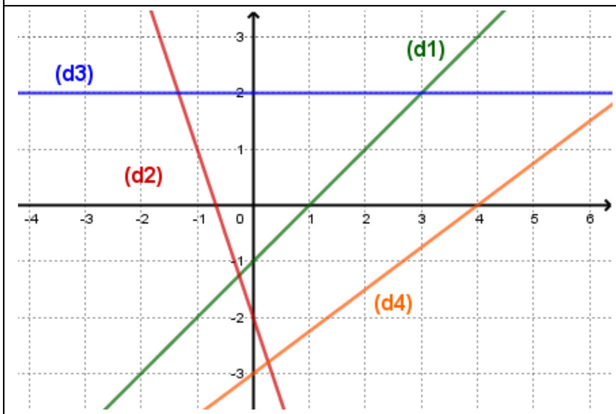
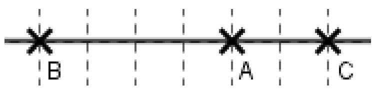
Durée : 50 min **AVEC Calculatrice**

NOM : **Prénom :**

Bilan	**Ex 1**	**Ex 2**	**Ex 3**	**Ex 4**
/ 20	**/ 6**	**/ 6**	**/ 4**	**/ 5**

<u>Exercice 1</u> **- 6 points -** **(sur le poly)**

Compléter, pour chaque ligne du tableau, la troisième colonne par la réponse appropriée. (Aucune justification n'est demandée, utilisez un brouillon pour indiquer **que** la réponse)

Question	**Votre réponse**
On considère la fonction f représentée par sa courbe C_f sur la figure ci-contre. *On arrondira si nécessaire les résultats au dixième* 	
a- Donner l'ensemble de définition de f	
b- Quelle est l'image de 6 par f	
c- Donner les antécédents éventuels de -2 par f	
d- Donner un nombre qui admet un unique antécédent par f	
e- Dresser le tableau des variations de f	
 Déterminer graphiquement une équation de chacune des droites ci-contre : • Équation de (d_1) : $f_1(x)$=… • Équation de (d_2) : $f_2(x)$=… • Équation de (d_3) : $f_3(x)$=… • Équation de (d_4) : $f_4(x)$=…	$f_1(x) =$……………… $f_2(x) =$……………… $f_3(x) =$……………… $f_4(x) =$………………
A, B et C sont trois points alignés. Quelle expression représente la situation représentée ci-contre :  **A)** $\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AB}$ **B)** $\overrightarrow{AC} = -2\,\overrightarrow{AB}$ **C)** $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}$ **D)** $\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}$	
M, N, P et R sont quatre points du plan. L'expression $\vec{u} = \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PR}$ peut se simplifier en : **A)** $\vec{u} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PR}$ **B)** $\vec{u} = \overrightarrow{PR}$ **C)** $\vec{u} = \overrightarrow{MR}$ **D)** $\vec{u} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NR}$	

<u>Exercice 2</u> **- 6 points -** **(sur une copie)**

On considère la fonction f définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = (4x-2)(3x+2) - (4x-3)(4x-2)$

1. a) Développer l'expression de $f(x)$.

   b) Factoriser l'expression de $f(x)$.

2. Répondre aux questions suivantes en choisissant à chaque fois l'expression de $f(x)$ qui vous semble adaptée :

   a) Calculer l'image de 3 par f.

   b) Résoudre $f(x) = 0$.

   c) Résoudre $f(x) = -10$.

<u>Exercice 3</u> **- 4 points -** **(sur une poly sauf le 2.(b))**

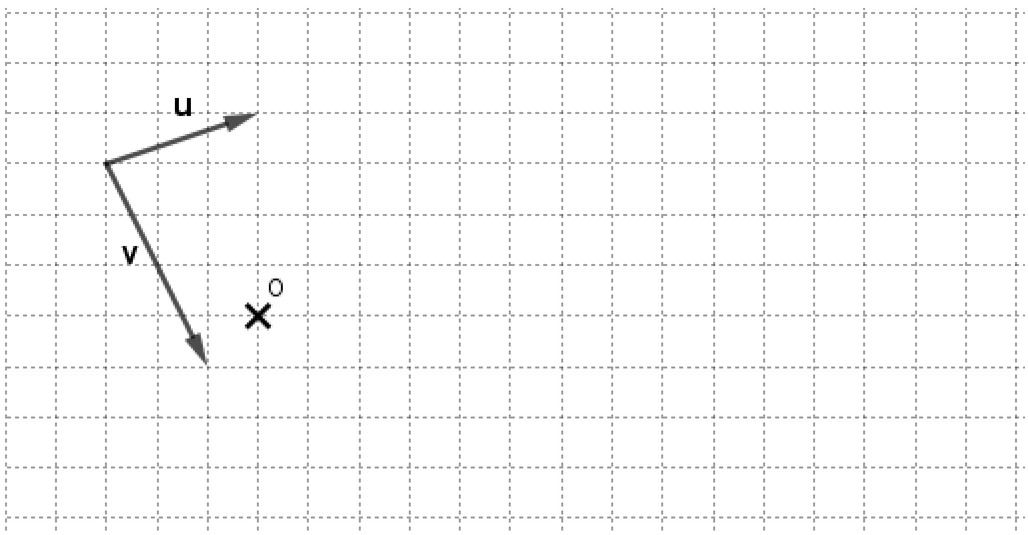
Dans tout cet exercice, laisser les traits de construction apparents.

1. Placer les points A et B tel que :

$\overrightarrow{OA} = \vec{u} - \vec{v}$

et

$\overrightarrow{OB} = 2\,\vec{u} + \frac{1}{2}\,\vec{v}$.



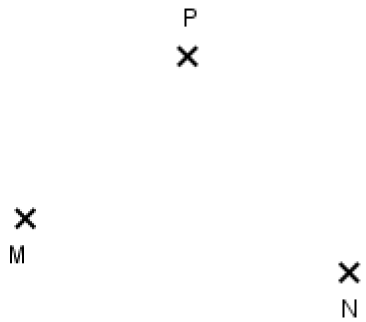
2. (a) Représenter les points Q et R vérifiant :

$\overrightarrow{NQ} = \overrightarrow{MP}$

et

$\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{MN}$.

(b) Démontrer que P est le milieu de $[QR]$.



<u>Exercice 4</u> **- 5 points -** **(sur une copie)**

Soient ABCD est un parallélogramme

et E et F les points définis par $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$.

1. Faire une figure et placer les points E et F.

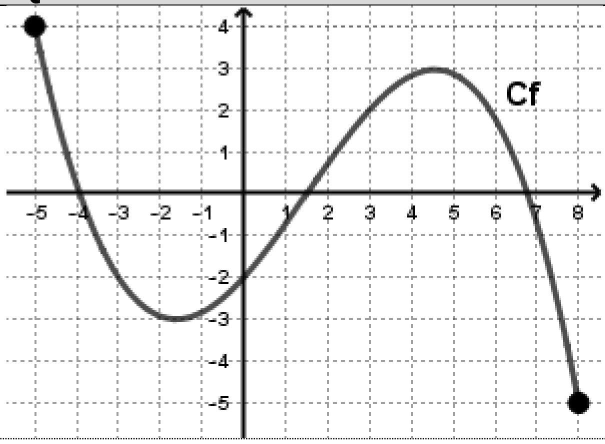
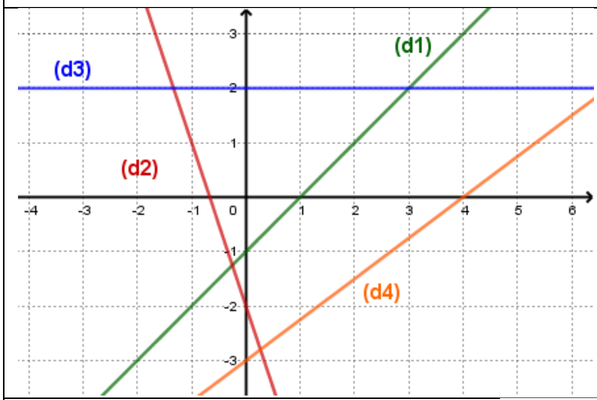
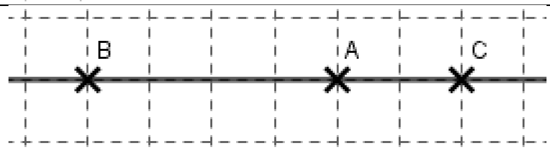
2. Démontrer que $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{EF} = -\frac{3}{2}\,\overrightarrow{AB} + 3\,\overrightarrow{AD}$.

3. En déduire que les points E, C et F sont alignés.

CORRECTION : DS 3 – 13 DECEMBRE 2018

Exercice 1 **- 6 points -** **(sur le poly)** **(4*0,5+1 + 4*0,5 + 2*0,5)**

Compléter, pour chaque ligne du tableau, la troisième colonne par la réponse appropriée. (Aucune justification n'est demandée, utilisez un brouillon pour indiquer **que** la réponse)

Question	Votre réponse
On considère la fonction f représentée par sa courbe C_f sur la figure ci-contre. *On arrondira si nécessaire les résultats au dixième.*  	
a- Donner l'ensemble de définition de f	$[-5\,;8]$
b- Quelle est l'image de 6 par f	1,8
c- Donner les antécédents éventuels de -2 par f	$-3\,;\ 0\ et\ 7{,}3$
d- Donner un nombre qui admet un unique antécédent par f	N'importe quel nombre entre $]3;4]$ et entre $[-5\,;-3[$
e- Dresser le tableau des variations de f	x : -5 ; $-1,8$; $4,6$; 8 $f(x)$: $4 \searrow -3 \nearrow 3 \searrow -5$
 Déterminer graphiquement une équation de chacune des droites ci-contre : • Équation de (d_1) : $f_1(x)=$ … • Équation de (d_2) : $f_2(x)=$ … • Équation de (d_3) : $f_3(x)=$ … • Équation de (d_4) : $f_4(x)=$ …	$f_1(x) = x - 1$ $f_2(x) = -3x - 2$ $f_3(x) = 2$ $f_4(x) = \frac{3}{4}x - 3$
A, B et C sont trois points alignés  Quelle expression représente la situation représentée ci-dessus : A) $\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AB}$ B) $\overrightarrow{AC} = -2\,\overrightarrow{AB}$ C) $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}$ D) $\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}$	Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont de sens oppose et $\frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$ donc $\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}$ La bonne réponse est donc la **D**
M, N, P et R sont quatre points du plan L'expression $\vec{u} = \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PR}$ peut se simplifier en : A) $\vec{u} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PR}$ B) $\vec{u} = \overrightarrow{PR}$ C) $\vec{u} = \overrightarrow{MR}$ D) $\vec{u} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NR}$	$\vec{u} = \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PR}$ $\vec{u} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{PR}$ $\vec{u} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PR}$ La bonne réponse est donc la **A**

Exercice 2 **- 6 points -** **(sur une copie)** **(1,5+1,5 + 1+1+1)**

On considère la fonction f définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = (4x-2)(3x+2)-(4x-3)(4x-2)$

1. a) Développer l'expression de $f(x)$.

Pour tout reel , $f(x) = (4x-2)(3x+2) - (4x-3)(4x-2)$

$f(x) = 12x^2 + 8x - 6x - 4 - (16x^2 - 8x - 12x + 6)$

$f(x) = 12x^2 + 2x - 4 - (16x^2 - 20x + 6)$

$f(x) = 12x^2 + 2x - 4 - 16x^2 + 20x - 6$

$f(x) = -4x^2 + 22\,x - 10$

Pour tout reel , $f(x) = -4x^2 + 22\,x - 10$

b) Factoriser l'expression de $f(x)$.

Pour tout reel , $f(x) = (4x-2)(3x+2) - (4x-3)(4x-2)$

$f(x) = (4x-2)\,[\,(3x+2) - (4x-3)]$

$f(x) = (4x-2)\,(\,3x+2-4x+3\,)$

$f(x) = (4x-2)\,(\,-x+5\,)$

Pour tout reel , $f(x) = (4x-2)(-x+5)$

2. Répondre aux questions suivantes en choisissant à chaque fois l'expression de $f(x)$ qui vous semble adaptée :

a) Calculer l'image de 3 par f

On a $f(x) = -4x^2 + 22\,x - 10$

Alors $f(3) = -4 \times (3)^2 + 22 \times 3 - 10 = -4 \times 9 + 66 - 10 = -36 + 56 = 20$

Donc $f(3) = 20$

b) Résoudre $f(x) = 0$

On a $f(x) = (4x-2)\,(\,-x+5\,)$

Alors $(4x-2)\,(\,-x+5\,) = 0$

D'où soit $4x - 2 = 0$ soit $-x + 5 = 0$

$4x = 2$ $5 = x$

$x = \frac{2}{4}$

$x = \frac{1}{2}$

Donc $S = \{\,\frac{1}{2}; 5\,\}$

c) Résoudre $f(x) = -10$

On a $f(x) = -4x^2 + 22\,x - 10$

Alors $-4x^2 + 22\,x - 10 = -10$

$-4x^2 + 22\,x = -10 + 10$

$-4x^2 + 22\,x = 0$

$x(-4x + 22) = 0$

D'où soit $x = 0$ soit $-4x + 22 = 0$

$-4x = -22$

$x = \frac{-22}{-4}$

$x = \frac{11}{2}$

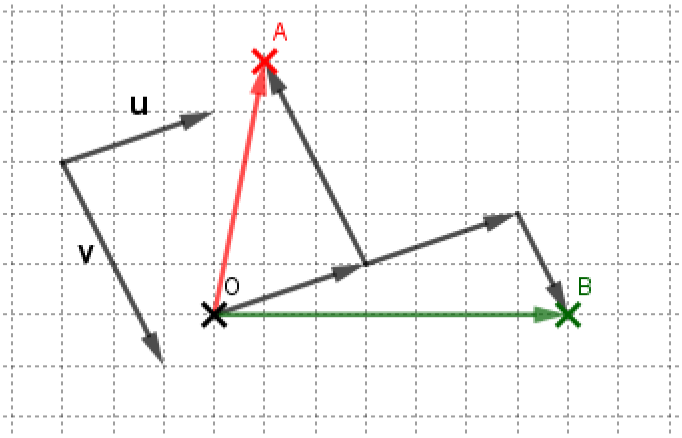
Donc $S = \{\,0; \frac{11}{2}\,\}$

<u>Exercice 3</u> - 4 points - **(sur une copie sauf le 1)** **(0.5+0.5 + 0.5+0.5+2)**

Dans tout cet exercice, laisser les traits de construction apparents.

1. Placer les points A et B tel que

$$\overrightarrow{OA} = \vec{u} - \vec{v} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OB} = 2\,\vec{u} + \frac{1}{2}\,\vec{v}$$



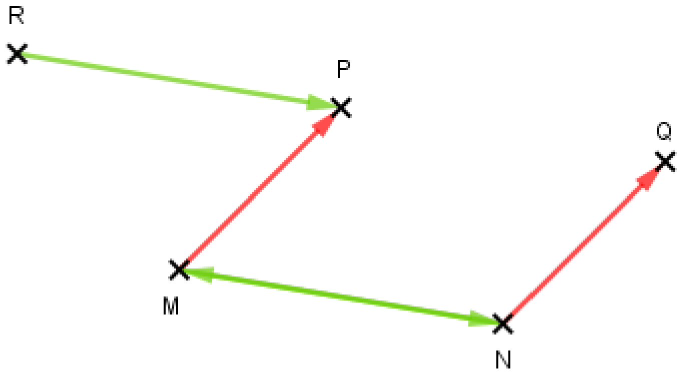
2. (a) Représenter les points Q et R vérifiant :

$\overrightarrow{NQ} = \overrightarrow{MP}$

et

$\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{MN}$

(b) Démontrer que P est le milieu de $[QR]$.



<u>Démontrer que</u> P est le milieu de $[QR]$
<u>Revient à démontrer que</u> $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{PQ}$

<u>On a</u> • $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{MN}$ d'après l'énoncé

• $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NQ}$ d'après la relation de Chasles
$= \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP}$ d'après l'énoncé $\overrightarrow{NQ} = \overrightarrow{MP}$
$= \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MP}$
$= \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PP}$
$= \overrightarrow{MN} + \vec{0}$
$= \overrightarrow{MN}$

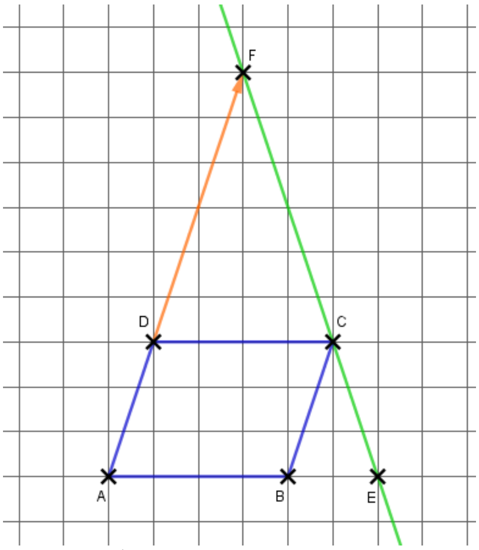
<u>Donc</u> $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$
<u>D'où</u> $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{PQ}$
<u>Conclusion</u> P est le milieu de $[QR]$

Exercice 4 - 5 points - (sur une copie sauf le 1) (1+ 1+1,5+ 0,5+1)

Soient ABCD est un parallélogramme

Et $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{F}$ les points définis par $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AD}$.

1. Faire une figure et placer les points $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{F}$.



2. Démontrer que $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}$.

• $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE}$ d'après la relation de Chasles

$=\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ d'après l'énonce $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$=\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ car $ABCD$ parallélogramme $\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DA}$

Donc $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$

• $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AF}$ d'après la relation de Chasles

$=\overrightarrow{EA}+3\overrightarrow{AD}$ d'après l'énonce $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AD}$

$=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{AD}$ d'après la relation de Chasles

$=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{AD}$ d'après l'énonce $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ alors $\overrightarrow{EB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

$=\frac{3}{2}\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{AD}$

$=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}$

Donc $\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}$

3. En déduire que les points $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{C}$ et $\boldsymbol{F}$ sont alignés.

Nous avons $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$

et $\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}$

Donc $\overrightarrow{EF}=-3\overrightarrow{CE}$

Ainsi, les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont colinéaires

Donc les points E, C et F sont alignés.